FI22A-Sección 2 **Control 1** Prof: Simón Casassus

7 Abril 2003 3 horas Ayudantes: Cesar Fuentes, Diego Muñoz

I Principio de equivalencia y paradoja de los gemelos.

1. Dilatación gravitacional del tiempo.

   Considere un cohete de altura h, equipado de un reloj en su techo, que dispara fotones con período τ hacia un observador O en el piso del cohete. El cohete acelera hacia arriba a $\vec{g}$.

   (a) Durante el tiempo que demora un fotón en atravesar la altura del cohete, O adquiere una velocidad v respecto al sistema inercial instantáneamente ligado al cohete en el evento de emisión. Si $v/c \ll 1$, mostrar que $\Delta\tau/\tau = (\tau_O - \tau)/\tau = gh/c^2$, en que τ_O es el período de recepción de fotones en O.

   (b) Usando el principio de equivalencia, explique la conclusión de O que el reloj del cohete adelanta, con $\Delta\tau/\tau = \Delta\phi/c^2$, en que $\Delta\phi$ es la diferencia de potencial gravitacional entre techo y piso.

2. Considere dos gemelos A y B. A se queda en la Tierra mientras B viaja en un cohete una distancia d, a velocidad v, y vuelve a juntarse con A.

   (a) Compare el tiempo transcurrido para A y B, t_{A} y t_{B}, analizando el problema desde el punto de vista de A.

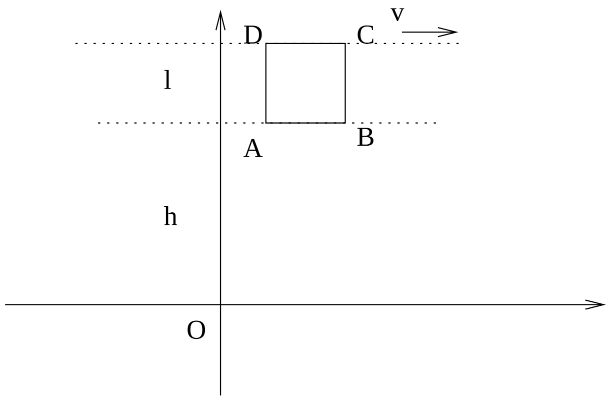
   (b) Analizamos ahora el problema desde el punto de vista del sistema ligado a B. Hay tres etapas, la ida, el retorno, y la vuelta. Muestre que en el límite $v/c \ll 1$, en los tramos inerciales de ida y de vuelta la diferencia de tiempo transcurrido desde la partida es $t_A - t_B = -vd/c^2$.

   (c) Entre la ida y la vuelta está la fase crucial del retorno que dura $gt_{\mathrm{ret}} = 2v$, cuando el sistema de B es no-inercial y acelera a $\vec{g}$. Use el principio de equivalencia (punto 1a) para concluir que en total la diferencia de tiempo $t_A - t_B = vd/c^2$, y que para $v/c \ll 1$ está en acuerdo con el cálculo en relatividad especial desde el punto de vista de A.

II Invisibilidad de la contracción de Lorentz.

1. Explique el desarollo histórico de la hipótesis de Lorentz, y porqué fue introducida la contracción de Lorentz antes de la relatividad especial. Muestre estudiando el largo de un palo en movimiento como la contracción de Lorentz es consecuencia de las transformaciones de Lorentz (alternativamente puede usar un diagrama de Loedel).

2. Demostraremos ahora la invisibilidad de la contracción de Lorentz al estudiar un objeto con profundidad, como se ilustra en la figura. Un observador en el origen O del sistema S ve pasar un cubo con velocidad v y aristas de lado l, cuya distancia de menor acercamiento a O es $h \gg l$. Pruebe que el observador ve un cubo rotado pero no contraído, y calcule el ángulo de rotación. Ayuda: considere que fotones emitidos por los vertices C y D demoran más que los emitidos en A y B para lleguar a O.



III

1. Use un diagrama de Loedel para explicar porqué la velocidad de la luz es un límite necesario para preservar relaciones causales, es decir que si A es la causa de B para un observador, ningún otro observador puede concluir el opuesto.

2. Transformaciones de Lorentz
   Deducir las transformaciones de Lorentz usando una (o dos, para puntos extras), de las siguientes maneras:

   - Geométricamente, usando un diagrama de Loedel.
   - Analíticamente, considerando el siguiente experimento: Una señal radio es emitida en todas direcciones desde el origen de S y S', que coinciden en $t = 0$. La señal es descrita por $x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2$ en ambos sistemas.

   Suponer que el orígen de S' (en movimiento con respecto a S), tiene coordenadas $x' = 0$, $x = ut$, y suponer además que $y = y'$ y $z = z'$. Fundamentar el desarrollo.