FI34A-Sección 2 | **Control 3** | Prof: Simón Casassus
9 Junio 2003 | 3 horas | Ayudantes: Cesar Fuentes, Diego Muñoz

Relaciones útiles:

Fórmula de Larmor:

$$P_{\mathrm{tot}} = \frac{1}{6\pi c}\mu_\circ \left\| \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\vec{d} \right\|^2, \tag{1}$$

con $\mu_\circ = 4\pi\, 10^{-7}$, y $\vec{d} = \sum_i q_i \vec{r}_i$ es el dipolo electrico asociado a un conjunto de cargas q_i.
$\hbar = 6.62\ 10^{-34}/2\pi$ J s^{-1}.

I Paquete de ondas.

Considere un paquete de ondas,

$$Z(x,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(k) e^{i(kx-\omega t)} dk, \tag{2}$$

con $f(k) = \exp\left(-k^2/(2\sigma_k^2)\right)$ (o sea centrado en $k=0$).

1. Calcule $Z(x, t=0)$. ¿ Que forma tiene la señal, cual es su ancho a media altura?
2. ¿ Cual es la velocidad con la cual se propaga una señal en un medio dispersivo? Para responder esta pregunta expanda $\omega(k)$ en Ec. 2 a primer orden en k.
3. ¿ Que aproximación se hizo al despreciar terminos de ordenes superiores? Explique, cualitativamente al menos, el efecto de incluir términos cuadráticos en la expansión de $\omega(k)$.

II Dualidad onda-partícula

La ecuación de Schrödinger describe $\psi(x,t)$, la onda asociada a partículas microscópicas:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}, \tag{3}$$

para el caso de un potencial V.

1. El vacío es un medio dispersivo para las ondas-partículas. Cual es la relación de dispersión asociada a una onda plana?
2. Cual es la velocidad de grupo v_g de un paquete de ondas asociado a la partícula?
3. Para una onda plana, relacione el vector de onda con el momentum de la partícula, y la frecuencia con la energía total, explicando su razonamiento.

III Emisión por una antena.

Consideramos una antena compuesta por una barra conductora conectada a una corriente alterna con intensidad de 3 A y frecuencia de 1 MHz.

1. ¿Que quiere decir 'emitir radiación electromagnética? ¿Por qué la barra irradía? ¿A que frecuencia emite? En que dirección es máximo el vector de Poynting?

2. Calcule la potencia total emitida por la antena, si el largo de la barra es de 1/4 la longitud de onda. Explique en detalle los límites de validez de las relaciones que use.

IV Sección eficaz de dispersión.

Consideramos el paso de luz visible por una columna de aire de largo L.

1. Coeficiente de absorpción.
   Imaginamos por un momento que la luz visible esta compuesta de partículas, las cuales al chocar con moléculas son absorbidas inelásticamente. Defina la sección eficaz de absorción de fotones por moléculas de aire. Considerando la relación local que el número de fotones absorbidos en un elemento de volumen es proporcional al número de fotones incidentes, escriba la razón entre el flujo saliente y el entrante en función de L.

2. Dispersión de Rayleigh.
   Por qué una molécula emite radiación al interactuar con una onda electromagnética? Una descripción más completa de la interacción entre fotones y moléculas de aire involucra la razon entre la potencia emitida por las móleculas, y el flujo incidente. Defina la sección eficaz de Rayleigh, destacando sus unidades, y recuerde como varía con la frecuencia de la radiación incidente. Explique el color del cielo y del atardecer.