



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DISEÑO DE SUPERFICIE SELECTIVA EN FRECUENCIA PARA REFLEXIÓN DE
BANDA 6 Y TRANSMISIÓN DE BANDA 9 DE ALMA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERA CIVIL ELÉCTRICA

NICOLE PATRICIA DÍAZ SALAZAR

PROFESOR GUÍA:
NICOLAS REYES GUZMAN

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
F. PATRICIO MENA MENA
CLAUDIO JARUFE TRONCOSO

SANTIAGO DE CHILE
2017

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL ELÉCTRICA
POR: NICOLE PATRICIA DÍAZ SALAZAR
FECHA: 2017
PROF. GUÍA: NICOLAS REYES GUZMAN

DISEÑO DE SUPERFICIE SELECTIVA EN FRECUENCIA PARA REFLEXIÓN DE BANDA 6 Y TRANSMISIÓN DE BANDA 9 DE ALMA

El presente trabajo corresponde al diseño de una superficie selectiva en frecuencia para interponer en el camino óptico de los receptores de Banda 9 de ALMA. El propósito de la estructura es brindar una reflexión conveniente de la Banda 6 para redirección del haz, preservando una transmisión considerable de la Banda 9, permitiendo la medición simultánea en ambas bandas.

Las potenciales simplificaciones constructivas junto a otros atributos, como baja polarización cruzada asociada, sugieren el uso de una geometría del tipo Cruz de Jerusalén en versión ranurada. Se obtiene un diseño de una sola capa conductora de espesor $30 \mu m$, con celda unitaria de $220 \mu m$ de longitud. La superficie ha sido diseñada considerando que el proceso de manufactura empleará el equipamiento LPKF (cortadora láser) del que dispone el laboratorio de ondas milimétricas y submilimétricas del departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Chile.

La correspondencia entre frecuencias características de la geometría escogida y los máximos/mínimos de transmisión deseados fue examinada inicialmente en la versión dipolo. Haciendo uso de la estructura complementaria(ranurada) se escogió que la transmisión fuera monótonamente creciente hasta alcanzar su primer máximo en la frecuencia central de la Banda 9. Esta elección tiene la ventaja de situar las frecuencias relevantes en un rango en que se ven escasamente afectadas por la polarización respecto al plano de incidencia y por el ángulo de incidencia. Así mismo se aseguran anchos de pistas y de celda unitaria mayores que otros modelos basados en segundos o terceros máximos de transmisión, aspecto que puede facilitar la fabricación. La optimización sobre los parámetros geométricos de la estructura lleva a conjuntos de valores sobre los que nuevamente se escoge aquellos que proporcionan mejores desempeños y suponen mayores ventajas constructivas.

A mi madre.

Agradecimientos

He querido destacar a quienes han tenido un rol clave de una lista de agradecimientos que podría haber sido interminable:

Quiero Agradecer la guía de Nicolás Reyes en la elaboración de este trabajo y al Departamento de Ingeniería Eléctrica por brindarme herramientas para enfrentar el tipo de problemas que precisan de implementación práctica. En particular agradecer al área de Instrumentación Astronómica por proveerme de un lugar para trabajar, en una oficina térmicamente confortable.

A quienes componen la comunidad de Ingeniería Eléctrica, por su gran disposición, sumado a un excelente sentido del humor y al Departamento de Física donde, en mi paso, conocí contenidos y personas que me marcaron profundamente.

Quiero agradecer de forma especial a mi hermana, Natalia Díaz y a mi amigo y cuñado, Alexander Hetz, por su valiosa compañía y afinidad conmigo. A Paulina Vergara, quien me ha transmitido su entusiasmo y visión de vida, José Utreras por la agudeza aportada en largas conversaciones, Felipe Subiabre y su familia por los gustos en común y el genuino afecto.

A Christian von Borries, por su apoyo y por surtir estos años de un encanto casi irreal.

Además de la mención en la dedicatoria quería agradecer a Patricia Salazar, mi madre, por dar todo de sí misma para que podamos educarnos y por haber tenido la convicción de que nuestras metas se podían alcanzar.

Tabla de Contenido

Introducción	1
1. Revisión Bibliográfica	4
1.1. Observación en el milimétrico y submilimétrico	4
1.2. Clasificación de Bandas de ALMA	6
1.3. Cuasióptica y Difracción	8
1.3.1. Lóbulos de rejilla	9
1.3.2. Rayos gaussianos	10
1.4. Superficies Selectivas en Frecuencia.	12
1.4.1. Principio de Babinet	12
1.4.2. Grillas inductivas y grillas capacitivas	13
1.4.3. Clasificación de FSS	16
1.4.4. Cruz de Jerusalén	21
1.4.5. Influencia de sustratos	24
1.4.6. Superficies en capas	26
1.5. Análisis de FSS	27
1.5.1. Método de los Momentos	28
1.5.2. Teorema de Floquet	29
2. Metodología	31
2.1. Inspección de influencia de parámetros.	33
2.1.1. Parámetro «Hat» en conjunto con «Long»	33
2.1.2. Parámetro «Wire»	37
2.1.3. Parámetro «Gap»	38
2.1.4. Parámetro «GHat»	39
2.1.5. Polarización cruzada	40
2.2. Optimización	41
3. Resultados	43
3.1. Desempeño de alternativas	43
3.1.1. Primera alternativa: Cruz de Jerusalén versión dipolo	43
3.1.2. Cruz de Jerusalén versión ranurada	46
3.2. Modelo propuesto	49
Conclusión	55
Bibliografía	58

Introducción

En astronomía, la observación de frecuencias en el espectro milimétrico y submilimétrico es especialmente relevante. Se ha estimado que más del 95% de los fotones totales emitidos desde el Big Bang pertenecen a este conjunto de frecuencias [1] mientras que numerosos fenómenos, entre ellos los sucesos más antiguos en la historia del universo, son susceptibles de observarse en estos rangos. El interés en el estudio de estos fenómenos ha dado marcha a numerosos proyectos, siendo hasta hoy el de mayor envergadura ALMA (Atacama Large Millimeter/submillimeter Array), ubicado en el norte de Chile.

La estructura de las antenas Cassegrain, el tipo de antena empleada en ALMA, permite dirigir el haz confinado hacia receptores especializados en una de diez alternativas de banda de frecuencia. Actualmente la configuración óptica y electrónica del sistema no permite la realización de mediciones simultáneas en múltiples bandas de frecuencia. Entre multitud de aplicaciones al realizar mediciones en más de una banda de frecuencia, se puede facilitar la calibración de fase, aprovechando cualidades de bandas que resultan múltiplos de otras en términos de frecuencia [2].

Las **Superficies Selectivas en Frecuencia** (FSS o dicroicas) son patrones planares periódicos en conductores, en asociación a sustratos, que poseen curvas de transmisión específicas dadas las características geométricas de la superficie y atributos del haz electromagnético incidente; como son la polarización y el ángulo de incidencia. Muchos de sus usos actuales se relacionan con la seguridad de comunicaciones, rechazo de bandas indeseables en radares y refinamiento de frecuencias en equipamiento óptico. Se usan en montajes como interferometría de Fabry-Perot y para obtener efectos análogos a la conducción magnética [3] (también con aplicación en radares).

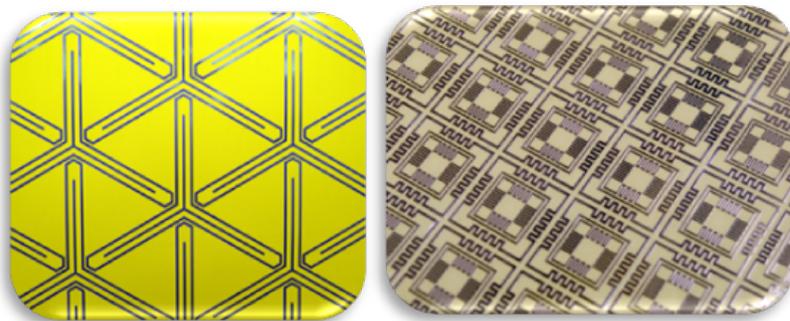


Figura 1: Ejemplos de Superficies Selectivas en Frecuencia (FSS).

Los estudios más recientes se dedican a la búsqueda de superficies con múltiples bandas de paso, complejizándose bastante la geometría por cada banda de paso adicional, por esta razón la cantidad de bandas obtenidas actualmente, en general, no es superior a cinco [4].

Entre los efectos adversos que introduce el uso de estas estructuras está el aumento de pérdidas por conducción, polarización cruzada introducida y la posible inestabilidad con respecto al ángulo de incidencia. Uno de los objetivos es aminorar estos factores mediante la elección apropiada de estructuras y de sus parámetros geométricos.

El análisis de FSS se enmarca en el campo de la cuasióptica, encargada del estudio de características de las ondas electromagnéticas cuando las dimensiones de los obstáculos son comparables a la longitud de onda. En estas circunstancias las aproximaciones analíticas son prácticamente inaplicables y se recurre a métodos de resolución numéricos que aprovechen el carácter modal de la respuesta de estas superficies a los frentes de onda.

Resulta potencialmente provechoso el estudio de estas estructuras en el contexto de proyectos llevados adelante por el Laboratorio de ondas milimétricas del Área de Instrumentación Astronómica de la Universidad de Chile. Para efectos de este trabajo se plantea el diseño de una superficie selectiva en frecuencia para su uso en ALMA. La superficie en la que se trabajará debe reflejar aceptablemente la banda 6 y transmitir adecuadamente la banda 9, lo que se traduce en proporciones de reflexión y transmisión superiores al 96 % y 92%, respectivamente. El diseño considera la elección de una geometría apropiada y la obtención de dimensiones que favorezcan el cumplimiento de restricciones específicas, como son: baja polarización cruzada, ángulo de incidencia fijo y baja sensibilidad a variaciones de los parámetros. También se considera la evaluación del uso de sustratos que posiblemente puedan brindar ventajas al diseño. Un aspecto que se aborda someramente en este trabajo es la conveniencia de utilizar superficies en capas.

El capítulo 1 expondrá el marco conceptual, cubriendo la importancia de las mediciones en el milimétrico y submilimétrico, las características de las bandas de ALMA, los diferentes tipos de superficies selectivas en frecuencia, los métodos que se consideran para su análisis y se profundizará en el tipo de estructura a emplear, denominada Cruz de Jerusalén. El capítulo 2 describe la metodología, explicando el procedimiento y especificando los valores de parámetros para la optimización realizada. El capítulo 3 mostrará resultados y discusión de los mismos.

Alcances del proyecto

Se plantea el diseño de una superficie selectiva en frecuencia que permita la realización de observaciones simultáneas en Banda 6 (211-275 GHz) y Banda 9 (602-720 GHz). Dado el diseño óptico actual se requiere una superficie circular plana de diámetro 50 mm, con un ángulo de 18° con respecto a la horizontal. Se deberá optar por opciones cuya construcción sea técnicamente factible en las instalaciones del Laboratorio de Ondas Milimétricas.

El objetivo general de este trabajo es diseñar una superficie selectiva en frecuencia que refleje la Banda 6 con una eficiencia superior a 96% y transmita la Banda 9 con un 92% de eficiencia, adicionalmente debe cumplir con una baja polarización cruzada (inferior a -17 dB). La eficiencia citada se define como el valor límite de la transmisión cumplida por el rango, que se traduce en transmisiones inferiores a -13.97 dB en la banda 6 y Reflexiones inferiores a -10.96 dB en la Banda 9.

Para cumplir con este objetivo conviene tomar como referencia patrones simples cuyo comportamiento general está documentado, reconocer las limitantes de los distintos modelos y elegir aquellos que puedan cumplir con los requerimientos de frecuencias centrales en cada banda. Una vez elegido el modelo se debe realizar una revisión de la influencia de cada parámetro, estableciendo valores cota apropiados, para optimizar dentro de un hipercubo de valores. El Software a emplear en las simulaciones es Ansys HFSS, mientras que la optimización se realiza mediante la herramienta proporcionada por el mismo Software.

* Debido a la amplia extensión de la Banda 9 se definió un subconjunto de interés con frecuencias entre 650 GHz y 720 GHz.

Dado que la gran mayoría de objetos en el universo se encuentra alejándose de forma acelerada, se presenta, por efecto Doppler, una disminución cada vez más rápida de frecuencia aparente en el tiempo (corrimiento hacia el rojo). Este cambio es más patente en las galaxias más lejanas. El gráfico de la figura 1.2 muestra la intensidad recibida para cada longitud de onda en el milimétrico cuando se trata de una galaxia de formación reciente (izquierda) y galaxias de antigüedad mayor(derecha). Se puede advertir que las galaxias más antiguas se observan actualmente con frecuencia aparente en el submilimétrico, aproximándose al milimétrico.

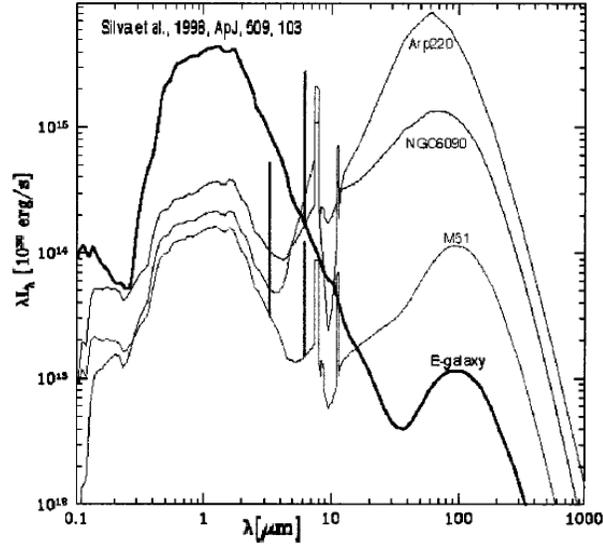


Figura 1.2: Líneas de Energía radiada versus longitud de onda para galaxias de antigüedad ascendente (E-galaxy = más joven, Arp220= más antigua)[1].

En estos rangos de frecuencia la recepción se ve afectada por la interacción con la atmósfera, presentándose absorción por moléculas de agua y oxígeno, entre otras. Se cuenta con la presencia de numerosas bandas donde la transmisión se ve seriamente afectada por la humedad atmosférica. La figura 1.3 muestra el porcentaje de transmisión atmosférica para distintos niveles de precipitación equivalente de vapor de agua, PWV, en las inmediaciones del telescopio ALMA. Para esta locación en particular la precipitación equivalente de la columna atmosférica es baja (debajo de PWV=1.0mm 50 % del tiempo) [5] favoreciendo la observación y por ello situandola como sede de observación astronómica. Es importante destacar que hacia las frecuencias más altas del rango las diferencias entre un escenario y otro se acentúan.

La propagación a través de medios materiales resulta poco conveniente en el milimétrico y submilimétrico debido a las enormes pérdidas en conductores y medio dieléctrico. En estas frecuencias las pérdidas guardan una relación con el cuadrado de la frecuencia [6]. Las pérdidas en un medio genérico están gobernadas por la parte compleja de la constante de propagación, término que se expresa como $\kappa = \omega \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{2}} (\sqrt{1 + (\sigma/\epsilon\omega)^2} - 1)^{1/2}$ [8]. En el milimétrico y submilimétrico el índice de refracción del medio, $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$, comienza a depender fuertemente de la frecuencia [9], obteniéndose una atenuación considerable. Por otro lado, el empleo de técnicas propias de frecuencias más altas, como uso de esquemas de refracción en prismas, empleado para el visible y cercano (430 - 770 THz), resulta impracticable. Esto se

debe a que, en el milimétrico, las dimensiones del haz requerido serían de cientos de metros para evitar el efecto de la difracción.

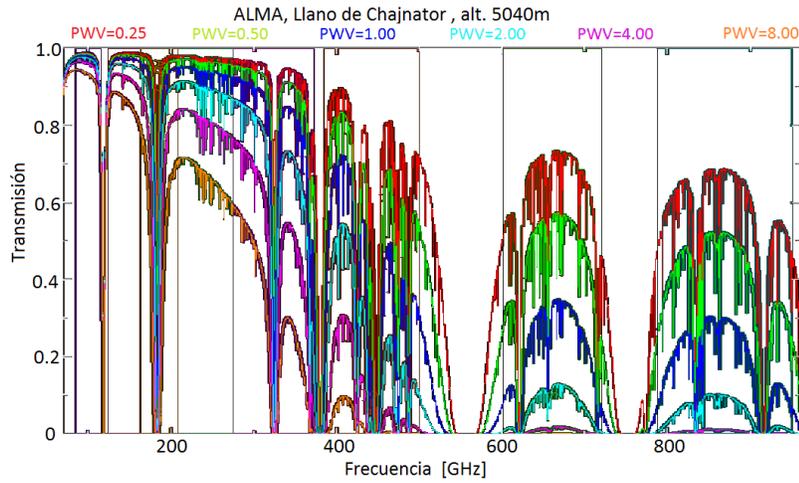


Figura 1.3: Transmisión atmosférica hasta 1000GHz para distintas precipitaciones equivalentes de vapor de agua (PWV[mm]) en el valle de Chajnator, donde se ubica el telescopio ALMA [5].

1.2. Clasificación de Bandas de ALMA

El observatorio astronómico ALMA (Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array), ubicado en el valle de Chajnator, en el norte de Chile, es actualmente el proyecto astronómico en curso más grande del mundo. Consta de 66 antenas tipo Cassegrain, con diámetros de 7 m y 12 m para la observación de 10 bandas de frecuencia [10]. Las bandas definidas son resultado de la posibilidad de transmisión atmosférica en rangos de frecuencia específicos (Figura 1.3).

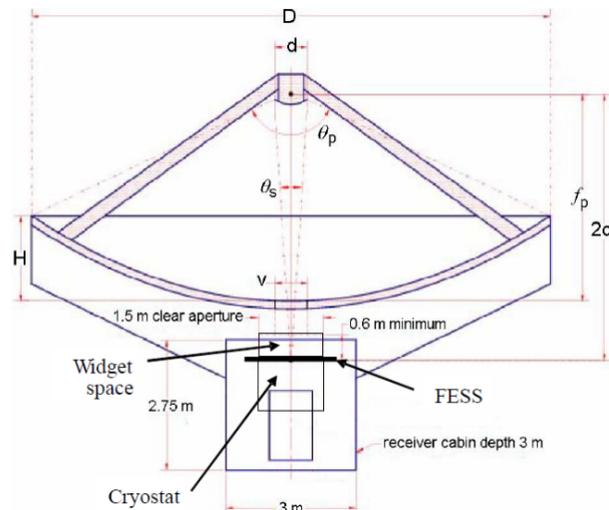


Figura 1.4: Estructura básica de antena Cassegrain en ALMA [10].

Tabla 1.1: Frecuencias que definen cada banda de frecuencia en ALMA.

Banda	Frecuencia mínima (GHz)	Frecuencia máxima (GHz)
1	32	55
2	67	90
3	84	116
4	125	163
5	163	211
6	211	275
7	275	373
8	385	500
9	602	720
10	787	868

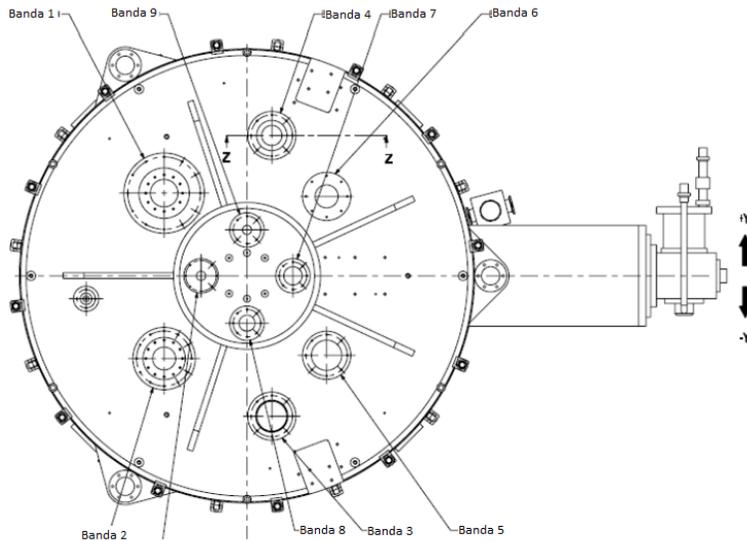


Figura 1.5: Disposición de aberturas para el procesamiento de cada banda

La Tabla 1.1 muestra las frecuencias mínimas y máximas de cada banda de frecuencia empleada en ALMA.

La elección de una banda en particular se configura mediante la variación de la distancia del subreflector al centro del plato parabólico. Inicialmente el haz llega al reflector principal y luego converge hacia la línea media del plato parabólico reflejándose nuevamente en un subreflector hiperbólico. El haz es conducido por una apertura a través del criostato, cuyo propósito es evitar que el instrumento proporcione niveles de ruido importantes debido a la temperatura. La ventana del criostato posee numerosas aberturas, destinadas hacia el primer componente en la cadena de recepción de cada banda, que puede ser un mezclador o un amplificador. La figura 1.5 muestra la disposición espacial de aberturas en la ventana del criostato.

1.3. Cuasióptica y Difracción

La cuasióptica es el estudio de la luz cuando la longitud transversal del haz es comparable a la longitud de onda. Bajo esta condición se evidencian los efectos de la difracción y se hacen patente soluciones de la ecuación de onda que distan de las tradicionales ondas planas [6].

La difracción se define como una desviación aparente de las ondas al encontrar un obstáculo, ejemplo de esto es la iluminación a través de una ranura. La difracción es un fenómeno que puede abordarse desde distintos enfoques entre los que numeran consideraciones principalmente ondulatorias. Las representaciones más modernas están de acuerdo a la mecánica cuántica, sin embargo consideraciones más simples, con base clásica son bastante acordes a nivel fenomenológico.

Una aproximación clásica para describir la difracción es el principio de Fresnel-Huygens según el cual un frente de onda plano se descompone en frentes de onda esféricos con emisores puntuales que cubren el espacio vacío del frente de onda hasta enfrentarse con una barrera opaca [7]. Al encontrar un obstáculo solo los emisores en la rendija tienen capacidad de transmitir la onda. Los patrones de interferencia se generan como consecuencia de la superposición de estos frentes de onda esféricos y dan lugar a patrones complejos cuando se trata de más de una rendija.

La figura 1.6 muestra el patrón de interferencia generado sobre una pantalla cuando la distancia que la separa de la rendija es mucho mayor al ancho de la apertura, se observa interferencia destructiva cuando la longitud de onda cae un número entero de veces en la proyección del ángulo. Esto según la aproximación de Fraunhofer $\theta' \approx \theta$. La figura 1.7 muestra un esquema de dos rendijas con un patrón similar al de una rendija pero con la aparición de más sitios de interferencia destructiva y una distribución de intensidades con diferencias más abruptas entre máximos.

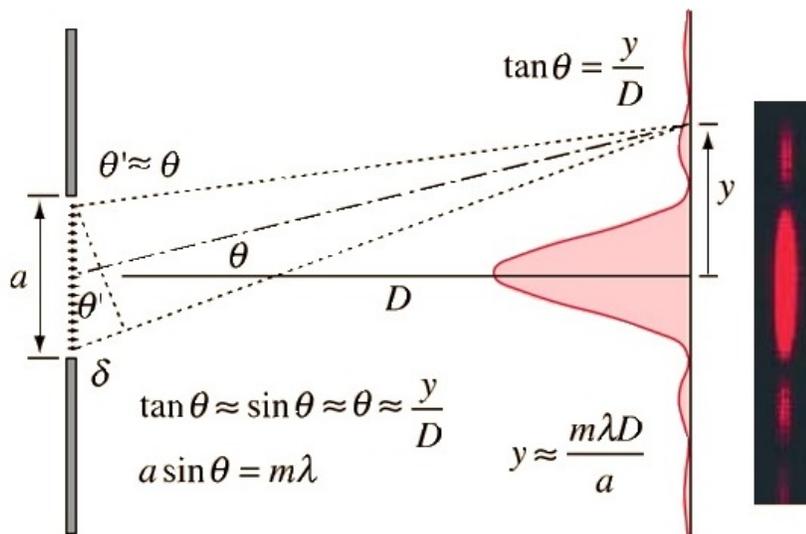


Figura 1.6: Patrón de iluminación observado en una pantalla alejada una distancia D de la interfase acorde con la aproximación de Fraunhofer [11].

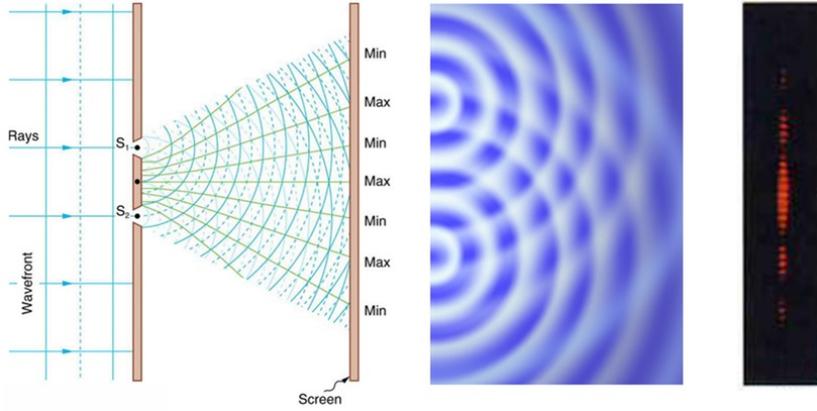


Figura 1.7: Esquema de dos rendijas que muestra el patrón de interferencia en un plano alejado de la interfase (derecha).

En una situación realista muchas de estas aproximaciones dejan de ser válidas y se debe contemplar la presencia de materiales no absorbentes perfectos, lidiando con los efectos usuales combinados de la difracción, transmisión y reflexión. Cuando se establece adecuadamente la geometría de obstáculos, se puede obtener comportamientos particulares en frecuencia, registrándose frecuencias de resonancia y, potencialmente, propiedades deseables para explotar en un esquema de recepción. Esta característica es usada en la fabricación de Superficies selectivas en Frecuencia o FSS, las cuales permiten obtener comportamiento de pasa banda, rechaza banda, múltiples bandas de paso, entre otros.

1.3.1. Lóbulos de rejilla

Cuando un rayo incide sobre una superficie periódica se pueden obtener por la difracción direcciones de propagación añadidas a los ya conocidos ángulos de reflexión y transmisión. La periodicidad en la distribución de los elementos aporta una condición para que los rayos difractados interfieran constructivamente en una cierta dirección, formando patrones denominados lóbulos de rejilla[16]. Los lóbulos de rejilla pueden dirigirse hacia el lado de la interfase desde donde proviene el rayo incidente (lóculo de rejilla reflejado) o también pueden hacerlo atravesando la interface de elementos(lóculo de rejilla transmitido). La figura 1.8 proporciona una noción de las proyecciones angulares y desfases que dan origen a los lóbulos de rejilla en una interfase periódica.

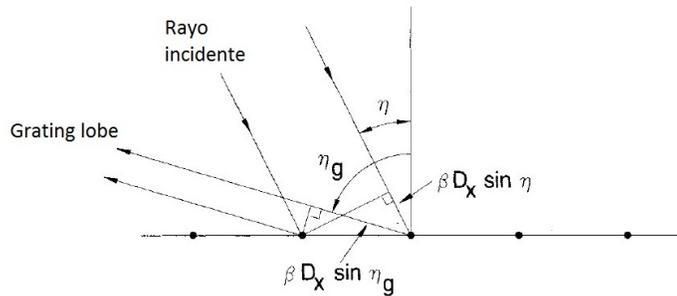


Figura 1.8: Propagación en la dirección dada por el ángulo η_g , cuando se cumple la condición para lóbulos de rejilla [16].

La condición para la formación de lóbulos de rejilla se resume en la ecuación:

$$D_x \sin \eta + D_x \sin \eta_g = n\lambda_g \quad (1.1)$$

donde η es el ángulo de incidencia, η_g es el ángulo del grating lobe y D_x es la separación entre obstáculos. La condición se resume en que el desfase entre un rayo y el adyacente sea múltiplo de la longitud de onda. Es importante observar que extremar los posibles ángulos (η y η_g) lleva a una condición que imposibilita la existencia de lóbulos de rejilla reflejados, lo cual sucede cuando $D_x < \frac{\lambda}{2}$. En general la presencia de lóbulos de rejilla reflejados es algo que desea evitarse en diseños de Superficies Selectivas en Frecuencia, para evitar lidiar con las pérdidas de energía asociadas y con perturbancias que rompen la suavidad de las curvas de transmisión y reflexión.

1.3.2. Rayos gaussianos

La ecuación de ondas electromagnéticas permite una serie de soluciones, entre ellas, las tradicionales ondas planas, sin embargo se debe destacar que la aproximación de ondas planas es una idealización y que una onda plana con ancho finito no es solución a la ecuación de onda. Bajo imposiciones especiales de la ecuación de onda aparecen los rayos gaussianos, donde los frente de onda se van ampliando transversalmente y donde aparece una curvatura de los frentes de igual fase [6]. La emisión en un láser es un ejemplo en que se constata un ancho del haz variable a medida que avanza el rayo e iluminación que distribuye transversalmente como gaussiana.

El desarrollo que conduce a las soluciones de rayos gaussianos parte de la ecuación de onda:

$$\frac{\delta^2 u}{\delta t^2} - c^2 \nabla^2 u = 0 \quad (1.2)$$

Si se considera los campos como mutuamente perpendiculares y perpendiculares a la dirección de propagación, considerando z como la dirección de propagación, se propone $u = E(x, y, z)(-jkz)(j\omega t)$ que conduce a la **ecuación de onda reducida** o ecuación paraxial para el modo TE:

$$\frac{\delta^2 E}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 E}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 E}{\delta z^2} - 2jk \frac{\delta E}{\delta z} \quad (1.3)$$

Cuando se impone soluciones que divergen muy poco en la dirección longitudinal con respecto a la longitud de onda y que la variación axial será pequeña en relación a la variación perpendicular se tienen soluciones de rayo gaussiano, en general esta aproximación es buena cuando la apertura de los rayos es menor a 20° .

Las soluciones a esta ecuación planteadas en coordenadas cilíndricas tienen la forma:

$$E(r, z) = \frac{\omega_0}{\omega} \exp\left(\frac{-r^2}{\omega_0^2} - jkz - j\frac{\pi^2 r}{\lambda R} + j\Phi_0\right) \quad (1.4)$$

El radio del haz, ω , es el valor del radio en que la intensidad del campo decae a $1/e$ de su valor en el eje, mientras que ω_0 es el ancho del haz en $z=0$, R es el radio de curvatura de los

frentes de igual fase. Las expresiones para estas cantidades son:

$$R = z + \frac{1}{z} \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \right)^2 \quad (1.5)$$

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right)^{0,5} \quad (1.6)$$

$$\omega_0 = \arctan \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right) \quad (1.7)$$

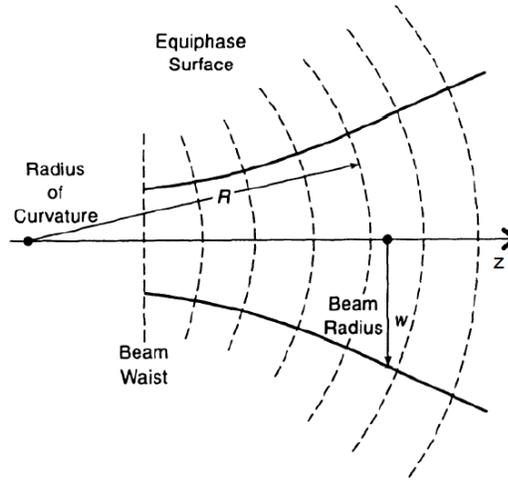


Figura 1.9: Representación de haz gaussiano con frentes de igual fase curvados

Cuando el rayo incidente en una interfase dicróica es gaussiano, los campos reflejados y transmitidos se aproximan también a rayos gaussianos [13], sin embargo, no resulta apropiado el uso de esta aproximación cuando las aperturas son muy pequeñas comparadas con la longitud de onda o se acercan a la misma. La aplicabilidad de la aproximación de rayos gaussianos puede expresarse en relación al ancho transversal mínimo (en $z=0$), cuando la proporción $\omega_0/\lambda < 0,95$ se advierten errores considerables en el uso. Pese a esto último se ha encontrado correspondencias en parámetros propios para ajustar a rayos gaussianos de orden superior (bases de Hermitte)[14].

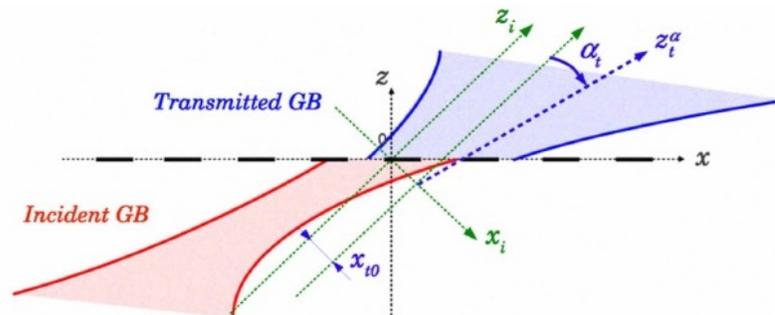


Figura 1.10: Rayos incidentes y transmitidos en una interfase dicróica.

1.4. Superficies Selectivas en Frecuencia.

Si bien este campo de desarrollo se inicia activamente hace poco más de tres décadas, el diseño de superficies selectivas en frecuencia es un área bastante vigente y presenta un gran potencial de exploración debido a la multitud de configuraciones posibles y por la disponibilidad de nuevos materiales que confieren particularidades a la respuesta en frecuencia de estas estructuras. Ejemplo de esto es el uso de grafeno y de materiales ferromagnéticos en la obtención de patrones que se sintonizan[15]. A continuación se revisa aquellos hechos atingentes al análisis de estas estructuras.

1.4.1. Principio de Babinet

La geometría de una barrera difractante supone grandes desafíos al análisis de los campos transmitidos, sin embargo existen alternativas que facilitan enormemente esta tarea, tal como realizar el análisis sobre la estructura complementaria en lugar del arreglo original. Dos arreglos de superficies conductoras son complementarios si la superposición de ambos da lugar a un plano perfecto mientras que la intersección es nula.

El principio de Babinet establece que la curva de transmisión de un arreglo coincide con la curva de reflexión de su arreglo complementario [16]. Este principio surge de la idea de equivalencia entre la superposición entre dos arreglos complementarios hechos de un cierto material con un plano perfecto de este material. Tratándose del caso de un material opaco esto podría reformularse diciendo que la radiación que atraviesa un arreglo sumada a la de su arreglo complementario debe igualarse a la del rayo no obstruido. Este principio puede aplicarse a interfases conductoras perfectas con grosor despreciable y en la práctica funciona como buena aproximación cuando el grosor de la superficie es menor a una milésima parte de la longitud de onda. Es necesario puntualizar que las componentes separadas en polarización no cumplen este principio.

La Figura 1.11 muestra una grilla capacitiva y su arreglo complementario, mostrando la intercambiabilidad de los coeficientes de transmisión y reflexión.

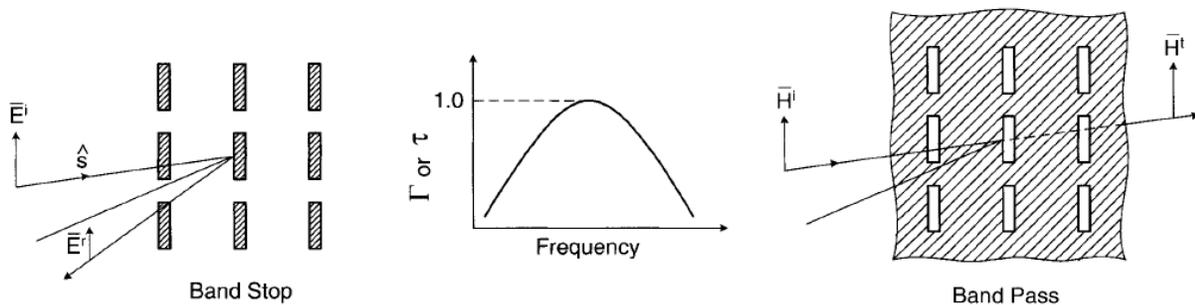


Figura 1.11: Comportamiento del coeficiente de transmisión y reflexión en celdas complementarias [16]

1.4.2. Grillas inductivas y grillas capacitivas

Partiendo por las estructuras más sencillas podemos remitirnos a las que están compuestas de filamentos. Las grillas polarizadoras, como la mostrada en la figura 1.12, se consideran no dependientes de la frecuencia en el límite donde las separaciones entre filamentos son mucho menores a la longitud de onda, en ese límite la componente del campo eléctrico paralela a los filamentos, que traspasa la interface, es despreciable. A medida que las dimensiones de la línea se hacen comparables a la longitud de onda aparece un efecto inductivo importante entre los extremos. Se da lugar a una equivalencia circuital desde el punto de vista de la función de transferencia de potencia a distintas frecuencias. La utilidad de la analogía con líneas de transmisión está sustentada en el principio de equivalencia de antenas. Si bien no se está imponiendo electrónicamente un voltaje a las grillas, la incidencia de las ondas tiene un patrón de voltaje asociado correspondiente al que daría origen a esas ondas si se impusiera el voltaje sobre la grilla.

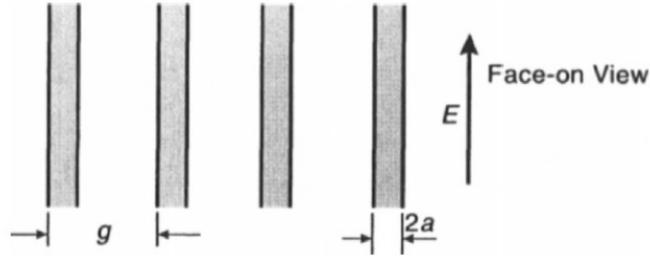


Figura 1.12: Dimensiones relevantes en polarizadores[6].

De forma empírica se ha obtenido la corrección de la impedancia característica en relación a la separación entre grillas. Para el campo eléctrico paralelo a los filamentos planos de ancho $2a$ se muestra en la ecuación 1.8 la impedancia característica proporcionada en el límite $g \ll \lambda$ (donde la variación con la frecuencia es considerablemente menor) y la ecuación 1.9 muestra la impedancia cuando λ es comparable a la distancia entre grillas, g .

$$\frac{Z_g}{Z_{fs}} = j \left(\frac{g}{\lambda} \right) \ln \csc \left(\frac{\pi a}{g} \right) \quad (1.8)$$

$$\frac{Z_g}{Z_{fs}} = -j \left(\omega_0 \right) \ln \csc \left(\frac{\pi a}{g} \right) \left(\frac{g}{\lambda \omega_0} - \frac{\omega_0 \lambda}{g \omega} \right)^{-1} \quad (1.9)$$

donde Z_{fs} es la impedancia del espacio libre, 377Ω . La longitud $2a$ es la sección transversal de los filamentos y ω_0 es una frecuencia de resonancia, que se puede obtener de forma empírica y está relacionada con factores geométricos de la grilla. La forma en que estas impedancias se traducen a coeficientes de reflexión y transmisión está dada por [17]:

$$\Gamma = \frac{-1}{1 + 2 \frac{Z_g}{Z_{fs}}} \quad T = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{Z_g}{Z_{fs}}} \quad (1.10)$$

Un chequeo de estas expresiones para $g/\lambda = 0,1$ y $a/\lambda = 0,2$ arroja coeficientes de transmisión muy bajo (cerca de 0.1), tal como es natural suponer de su uso como polarizador para dimensiones pequeñas en comparación con la longitud de onda. Si en lugar de filamentos infinitos situamos filamentos de largo finito, aparecerá, añadido al efecto inductivo, un efecto capacitivo, dando lugar a superficies con peaks de máxima reflexión en determinada frecuencia.

Se ha observado empíricamente que, para esta polarización paralela a los filamentos, la resonancia referida en la ecuación 1.9, se da para longitudes de onda donde $\lambda/g \sim 1,1 - 1,25$. En secciones posteriores se reitera este hecho abordándolo desde una perspectiva de modos de resonancia favorecidos.

Incidencia oblicua

Conviene considerar las componentes del campo eléctrico por separado, pues las condiciones de borde que aplican en cada caso difieren. En particular resulta relevante considerar que las componentes pueden ser perpendiculares al plano de incidencia y si lo son con respecto al plano de la interface dielectrica. La existencia del plano de incidencia, formado por el rayo incidente, reflejado y transmitido está asegurada por la reflexión y transmisión en el sentido tradicional, independiente de la presencia significativa de difracción.

Una descomposición general del campo se puede hacer según el diagrama de la figura 1.13, donde \vec{E}_{pi} es la componente del campo eléctrico incidente paralela al plano de incidencia, que se puede descomponer a la vez en una componente paralela a la interface dielectrica, $E_{pi\parallel}$ y otra perpendicular $E_{pi\perp}$. La componente del campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia es a la vez paralela a la interface y se denominará $E_{npi\parallel}$. La interface dielectrica se considera en el plano x-y.

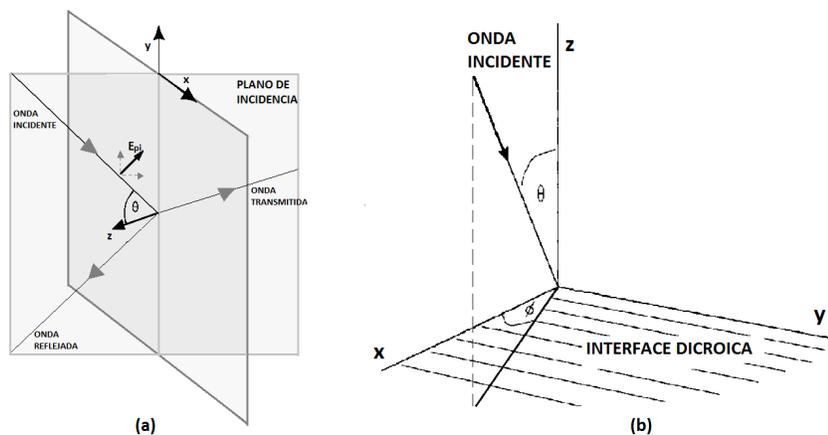


Figura 1.13: Vectores que sirven para la descomposición del campo eléctrico

Si movemos el grado de libertad ϕ encontramos que los campos incidentes en el eje x, y ,

z se pueden escribir:

$$E_x = E_{pi} \cos\theta \cos\phi + E_{npi} \sin\phi \quad (1.11)$$

$$E_y = E_{pi} \cos\theta \sin\phi + E_{npi} \cos\phi \quad (1.12)$$

$$E_z = E_{pi} \sin\theta \sin\phi \quad (1.13)$$

Se sabe que entre dos medios cualesquiera, por las condiciones provenientes de las ecuaciones de Maxwell, la componente del campo paralela a la interface (componentes x e y) es continua de un medio a otro, mientras que la componente perpendicular se transmite de acuerdo a la relación entre las constantes de los medios.

La figura 1.14 muestra la función de transmisión típica de estructuras simples, como malla inductiva, malla capacitiva (complementaria de la malla inductiva) y estructuras con resonancia en determinada frecuencia, llamadas grillas resonantes. La incidencia considerada es normal y la polarización apunta paralela a los filamentos.

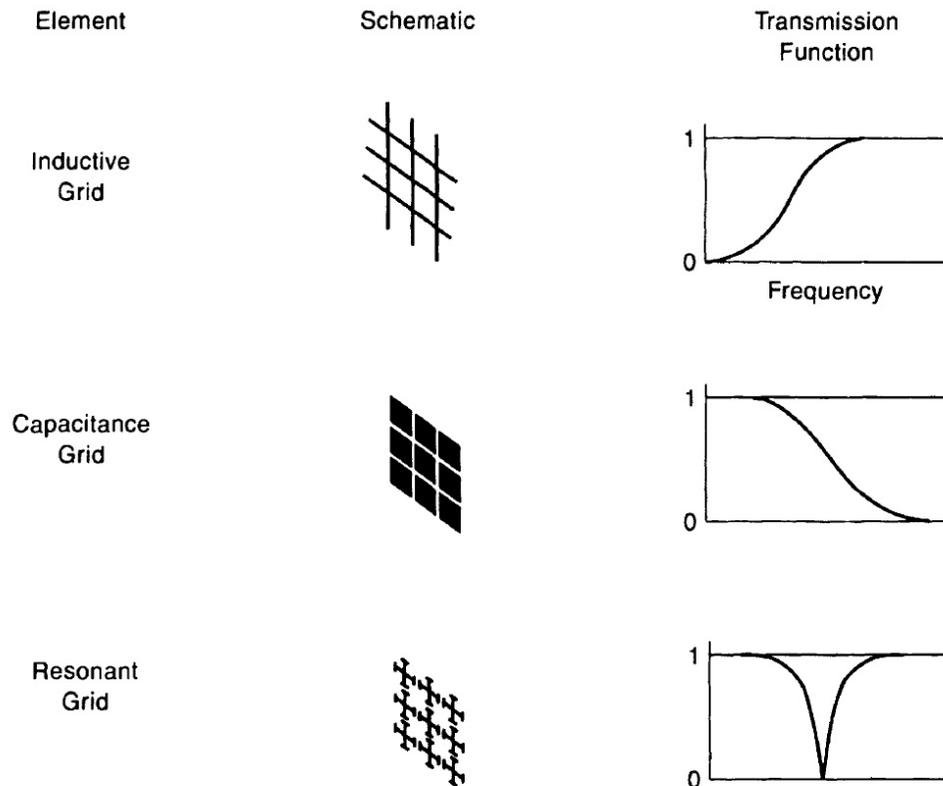


Figura 1.14: Patrones básicos y su transmisión típica asociada

1.4.3. Clasificación de FSS

Hay diferentes factores a considerar en la elección de una estructura, pues inciden en mayor o menor medida en el desempeño. En ocasiones a la geometría de conductores se debe añadir, por razones mecánicas, el efecto de dieléctricos, haciendo uso de materiales de coeficiente de permitividad (ϵ_r) idealmente muy bajo. Existen familias de elementos cuyo comportamiento está descrito en la literatura, agrupados de acuerdo a aspectos geométricos:

- Grupo 1: Elementos con brazos conectados a un centro, o N-polos.
- Grupo 2: Elementos tipo lazo.
- Grupo 3: Elementos con interior sólido.
- Grupo 4: Combinaciones de los anteriores.

La figura 1.15 muestra las geometrías más simples clasificadas en grupos. A continuación se revisan brevemente algunos tipos de superficie y algunos ejemplos.

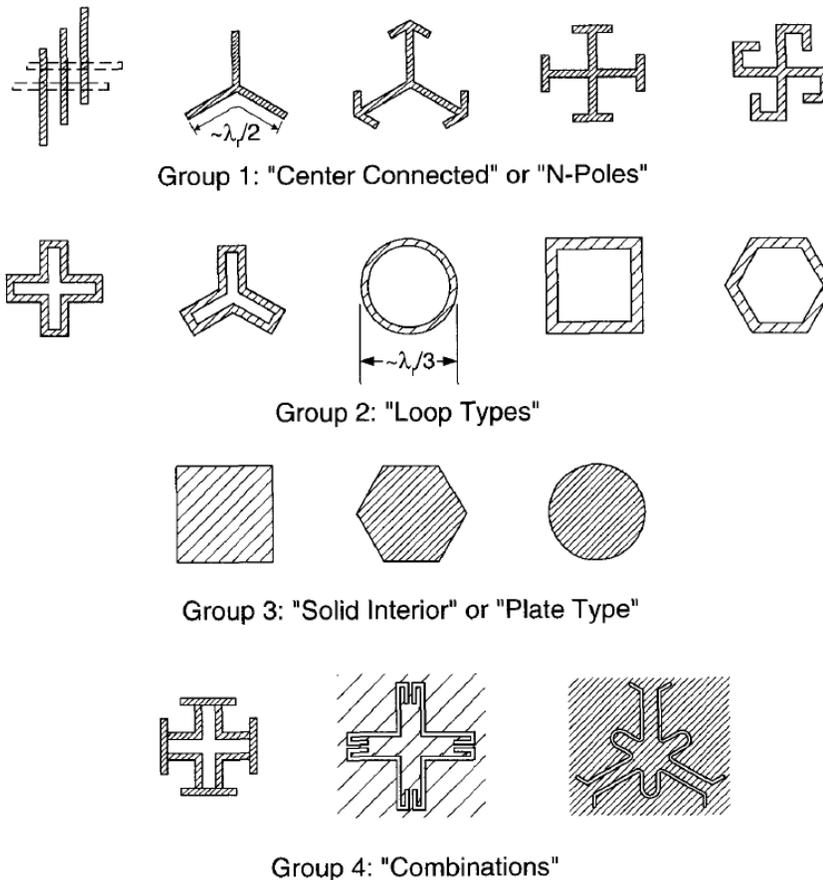


Figura 1.15: Tipos de celda típicos en FSS

1.4.3.1. N-polos

Pertencen a esta categoría los elementos que poseen filamentos desde un centro, como las superficies tipo-n (o gangbuster), tripolos y cruces. Se hará una revisión breve de algunas de ellas, dejando como una sección aparte la revisión de la cruz de Jerusalén, central en este trabajo.

1.4.3.1.1 Superficie tipo n

Son estructuras con filamentos paralelos. El elemento de referencia en una superficie tipo n se define a partir de un plano de puntos separados una distancia D_x en una dirección y D_y en la dirección perpendicular. Cada filamento parte en un punto (x_m, y) y termina en $(x_m + D_x, y + n D_y)$, donde $x_m = (x_0 + D_x) + m D_x$. Para D_x y D_y fijos un n mayor implica un largo de filamentos mayor y frecuencias de resonancia menores. Por otro lado la ubicación de los grating lobes no se ve afectada al variar n (esto al tomar en cuenta la periodicidad solo en el eje x,y). La figura 1.16 muestra la forma de la grilla con superficies tipo n, con n=1, n=2 y n=3.

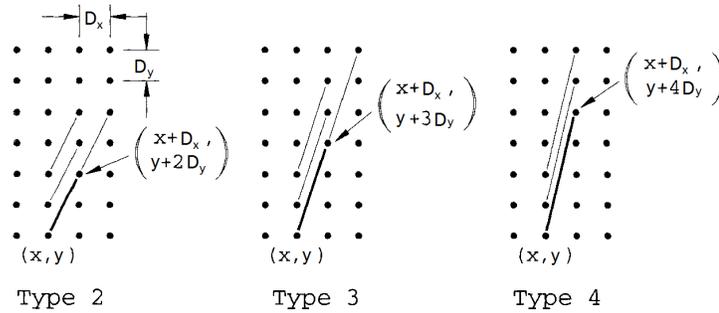


Figura 1.16: Construcción de superficies tipo n

Cada filamento puede resonar, en el modo fundamental, cuando tiene una longitud aproximada a $\lambda/2$. Para este modo fundamental existe una frecuencia de resonancia f_f para cualquier ángulo de incidencia, mientras que el primer modo impar ($f_i \approx 2f_f$) puede ser excitado solo con ángulos de incidencia oblicuos y cuando la longitud del elemento se aproxima a λ . Es importante señalar que entre estos dos peaks de máxima reflexión, f_f y f_i , habrá siempre un peak de mínima reflexión (máxima transmisión). Lo cual se sustenta en el principio de Foster, según el cual una red de impedancia sin pérdidas se comportará monótonamente entre sus puntos singulares (ceros y polos), por lo que entre dos ceros siempre habrá un polo y viceversa.

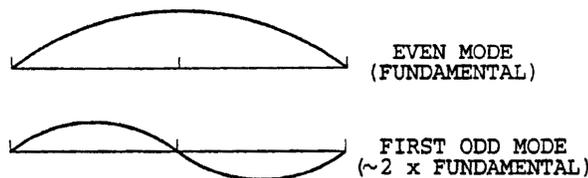


Figura 1.17: Primeros modos de resonancia par e impar

Para un largo de filamento constante la reducción del espaciamiento D_x y D_y se traduce en un empaquetamiento más denso de los filamentos y anchos de banda de transmisión más pequeños. La figura 1.18 muestra una comparación entre superficies de igual largo de filamento y variación del espacio de empaquetamiento D_x, D_y .

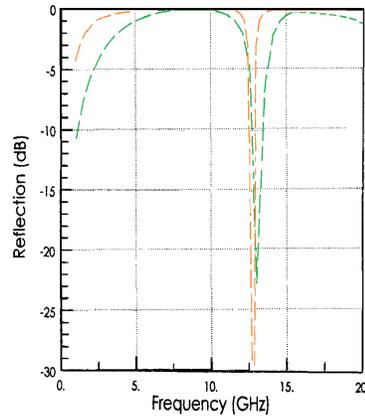


Figura 1.18: Comparación entre reflexiones de dos superficies tipo gangbuster con longitud de filamento=13.5mm. Reflexión para $D_x = D_y = 7,354 \text{ mm}$ (verde) y $D_x = D_y = 4,95 \text{ mm}$ (naranja). Ángulo de incidencia 45° , polarización paralela (dieléctrico añadido)[16].

1.4.3.1.2 Tripolos

Los tripolos tienen una geometría simple dominada por dos parámetros, el ancho del tripolo, W , y el largo del brazo L . La resonancia en general guarda relación con el parámetro L , siendo la longitud de onda de resonancia aproximadamente $L/4$. Para un mismo valor de espaciamiento el ancho de banda se incrementa a medida que aumenta L y W .

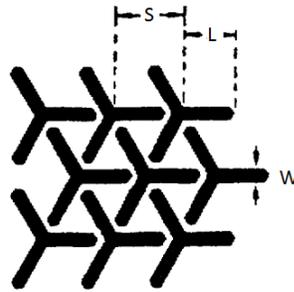


Figura 1.19: Medidas relevantes en el modelamiento de un tripolo [18].

La curva típica de un tripolo se muestra en la figura 1.20 , donde se observa que la primera frecuencia de resonancia es la misma pero las que siguen difieren para la polarización en el plano de incidencia (vertical) y para polarización perpendicular al plano de incidencia (horizontal). Como es natural la respuesta para la polarización horizontal se ve poco afectada por el ángulo de incidencia en comparación con la polarización vertical.

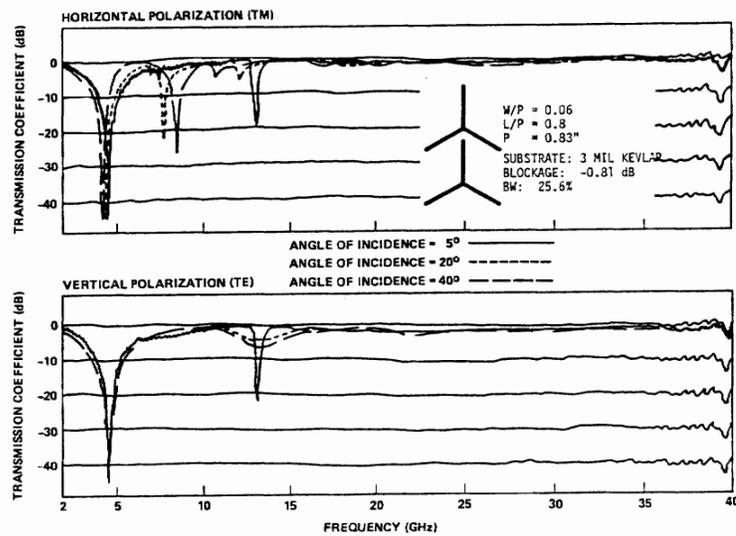


Figura 1.20: Curva de transmisión para estructura de la Figura 1.19 [18].

La tendencia que sigue el ancho de la banda y la primera frecuencia de resonancia con los parámetros se puede observar en el gráfico de la figura 1.21, donde la cantidad importante es el largo del brazo L con respecto a la separación de los centros entre tripolos.

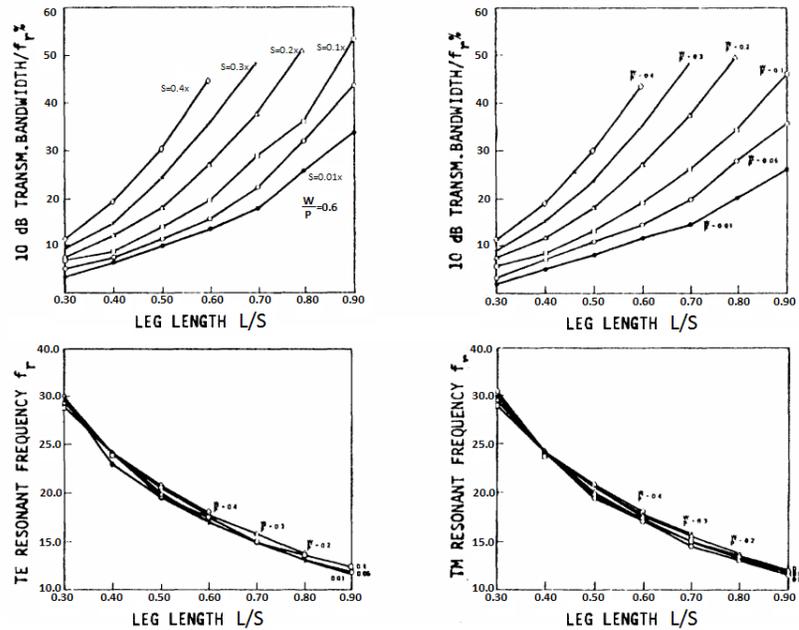


Figura 1.21: Ancho de banda $_{-10dB}/f_R$ para distintas proporciones de L/S y distintos separaciones entre centros, S [18].

Los gráficos muestran que para ambas polarizaciones, para un ancho de separación fijo el aumento de la proporción L/S está asociado a un mayor ancho de banda normalizado, mientras que la frecuencia de resonancia se casi enteramente afectada por la relación entre L/S más que por largo S .

1.4.3.2. Superficie tipo lazo

La familia de elementos tipo lazo es buena candidata para gran cantidad de aplicaciones debido a su capacidad para obtener gran estabilidad con el ángulo de incidencia, baja polarización cruzada y potencial para obtener anchos de banda extensos [29]. La geometría puede ser vista como líneas de transmisión construidas en base a stub, con longitudes que determinan la naturaleza capacitiva o inductiva de la impedancia equivalente. Adicionalmente prácticamente todas las estructuras para múltiples bandas de paso se hacen en base a este tipo de elemento.

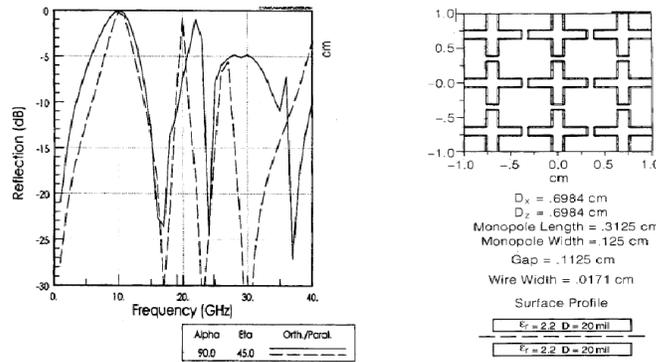


Figura 1.22: Reflexión para un elemento tipo lazo en cruz para ángulo de incidencia 45° . A diferencia del elemento macizo las resonancias principales aplican tanto para polarización paralela como polarización perpendicular [16].

1.4.3.3. Elementos con interior tipo parche.

Este tipo de elementos fue el primero en ser investigado. Conduce a trabajar con dimensiones de conductor cercanas a $\lambda/2$. Las superficies con parches conductores separados resultan ser buenos reflectores para una cierta banda de frecuencia, mientras que la superficie complementaria, como es natural suponer, será una superficie transparente en la misma banda de frecuencia. La figura 1.23 muestra el contraste cualitativo entre una superficie con aperturas cuadradas y la misma grilla con un parche adicional que genera un índice de transmisión máximos que puede llegar a tener valores muy cercanos a la unidad.

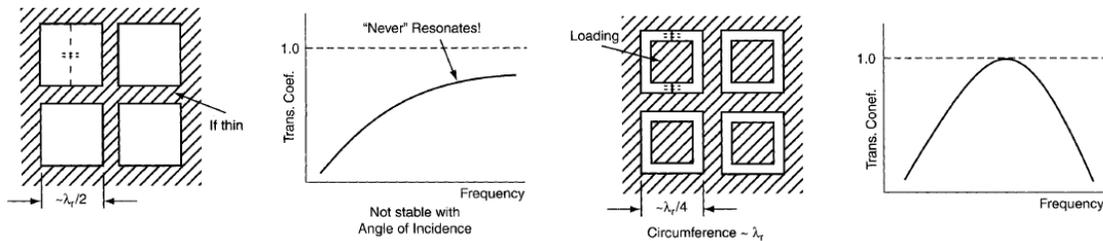


Figura 1.23: Contraste en transmisión entre elemento de tipo grilla cuadrada versus el mismo elemento con un parche adicional [16].

1.4.4. Cruz de Jerusalén

Una geometría con extenso uso es la geometría conocida como Cruz de Jerusalén. Las cruces de Jerusalén cuentan con terminaciones de brazo que actúan análogamente a como lo haría un capacitor. Usualmente se escoge que la estructura sea simétrica en el plano (x,y). Una propiedad importante de estas estructuras es la ubicación de máximos de reflexión y máximos de transmisión y la flexibilidad en los anchos de banda. Con esta estructura se alcanzan óptimamente cuocientes de 1.5 entre las frecuencias de máxima reflexión y máxima transmisión [21]. Los primeros estudios de estas estructuras fueron llevados a cabo por Arnaud, Ruscio y Pelow [12]. A partir de entonces se fue ajustando modelos empíricos para obtener circuitos equivalentes cuando la capacidad de procesamiento no permitía simularlas eficientemente.

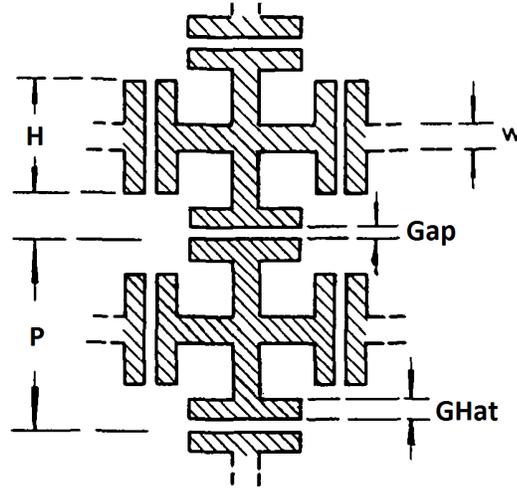


Figura 1.24: Estructura genérica de una Cruz de Jerusalén [12]

La Impedancia equivalente de la ecuación 1.14 [22], es un ajuste para las condiciones $p(1 + \sin\theta) < \lambda$, $w \ll p < \lambda$ y $g \ll \lambda$ de acuerdo a los parámetros de la figura 1.24 y un ángulo de incidencia θ .

$$X(\lambda) = \frac{p}{w} \cos\theta \left(\ln \left(\operatorname{cosec} \left(\frac{\pi w}{2p} \right) + G(p, w, \lambda) \right) \right) = F(p, w, \theta, \lambda) \quad (1.14)$$

Esta ecuación es la impedancia equivalente, inductiva, para el caso de polarización paralela al plano de incidencia, donde:

$$G(p, w, \lambda) = \frac{1}{2} \frac{(1 - \beta^2)^2 \left(\left(1 - \frac{\beta^4}{4}\right) (A_+ + A_-) + 4\beta^2 A_+ A_- \right)}{\left(1 - \frac{\beta^4}{4}\right) + \beta^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta^4}{8}\right) (A_+ + A_-) + 2\beta^6 A_+ A_-} \quad (1.15)$$

$$A_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{1 \pm \frac{2p \sin\theta - \left(\frac{p \cos\theta}{\lambda}\right)^2}{\lambda}}} - 1 \quad \beta = \sin\left(\frac{\pi w}{2p}\right)$$

En contraste la impedancia para el caso con polarización perpendicular al plano de incidencia es de tipo capacitivo y su valor es $X(\lambda) = 4F(p, w, \theta, \lambda)$. Esto conduce a un modelo circuital con inductancia en serie con capacitor junto a la misma disposición en paralelo. El modelo circuital equivalente se muestra en la figura 1.25.

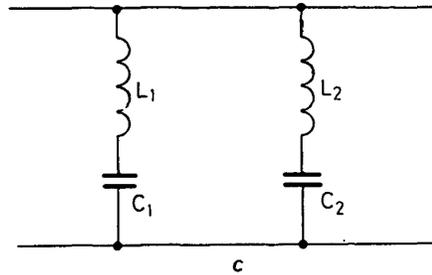


Figura 1.25: Circuito equivalente empírico para la cruz de Jerusalén

Los modos principales de resonancia de la Cruz de Jerusalén se caracterizan por diferencias de potencial y corrientes que pasan a través de la estructura metálica. Tomando como referencia el esquema de la figura 1.26, el modo fundamental o primer armónico presenta una máxima diferencia de potencial entre las terminaciones de tipo capacitor. El **Bent mode** es un modo de resonancia en que las corrientes se dirigen desde un brazo a su brazo perpendicular sin diferencia de potencial entre las terminaciones separadas por el gap y solo puede existir para incidencia oblicua y polarización paralela. Si las terminaciones fueran removidas el modo fundamental y el bent mode se encontrarían muy cerca lo que generaría inestabilidad en la respuesta. Existen técnicas para afrontar este problema en un esquema de cruces normales, aplicando capas con los filamentos perpendiculares por separado, técnica que evidentemente solo puede emplearse para las versiones tipo dipolo y no en la versión ranurada.

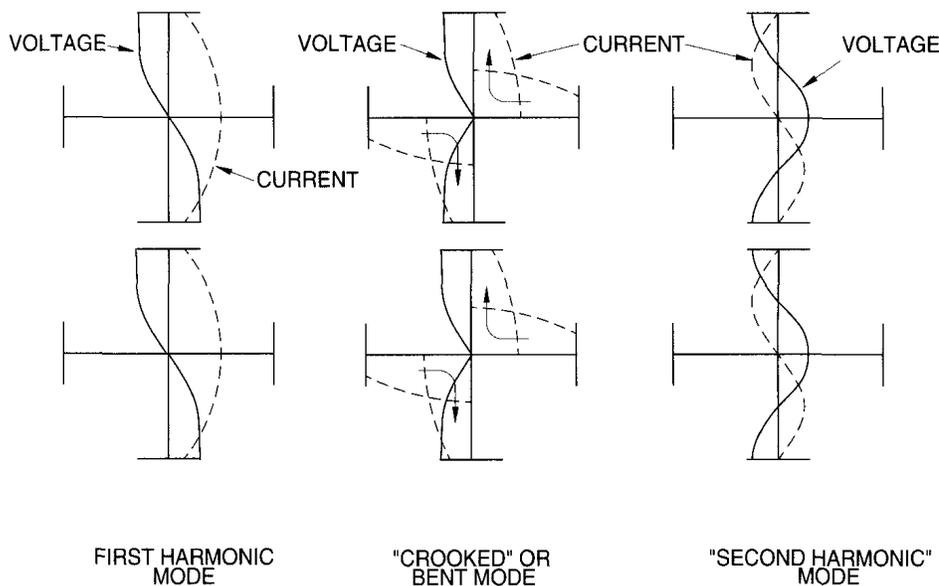


Figura 1.26: Distribución de corriente y voltage para el primer armónico, para el modo "torcido" para el segundo armónico

El tipo de respuesta que esta estructura tiene con el ángulo de incidencia varía como se muestra en los gráficos de la figura 1.27. Se observa dos frecuencias de resonancia fundamentales (puntos de mínima transmisión), para variedad de ángulos y otras resonancias menores que aparecen y se intensifican con el aumento de la inclinación.

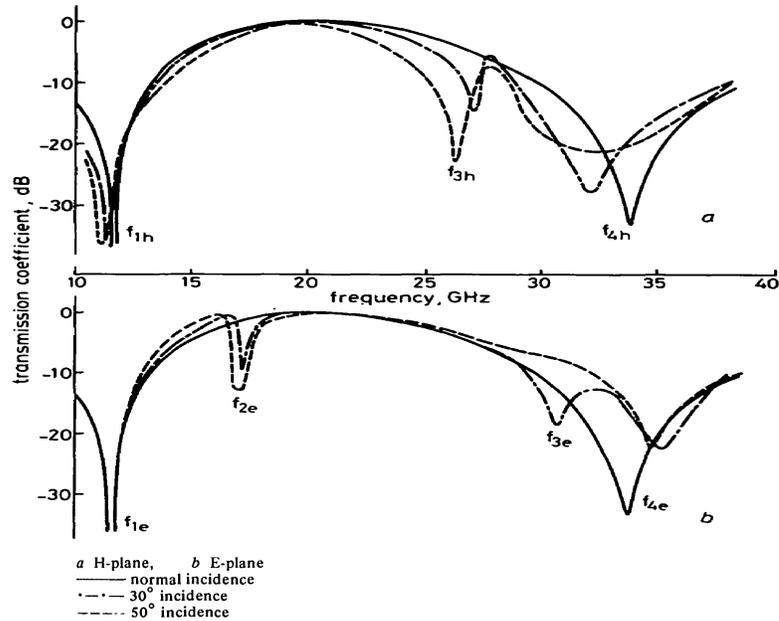


Figura 1.27: Mediciones de transmisión para una Cruz de Jerusalén en versión dipolo, ilustrando la existencia de distintos modos dominantes para distintas polarizaciones y ángulos de incidencia [21].

Los modos de resonancia señalados, f_{1h} , f_{3h} , f_{4h} en polarización vertical y f_{1e} , f_{2e} , f_{3e} y f_{4e} para horizontal se corresponden con los patrones mostrados en la figura 1.28.

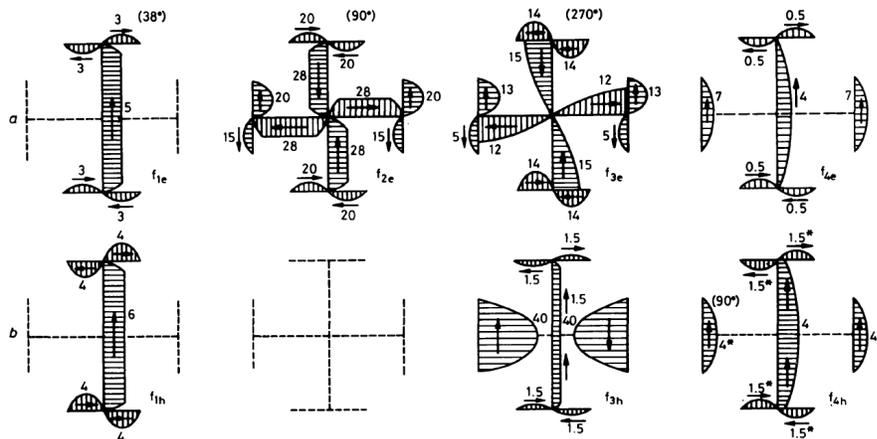


Figura 1.28: Formas de resonancia para los distintos modos vistos en la figura 1.27. Las envolventes y flechas representan la dirección que puede llevar la corriente. Modo fundamental (f_1), Bent mode (f_2) y segundo armónico (f_4) [21].

Las cantidades que muestran una tendencia más lineal en el ancho de banda y la frecuencia de resonancia son proporciones entre parámetros, en este caso una proporción relevante es el

ancho de la terminación sobre el ancho de la celda, H/P [18]. La tendencia en el ancho de banda, para distintos valores de G/P , es ilustrada en la figura 1.29.

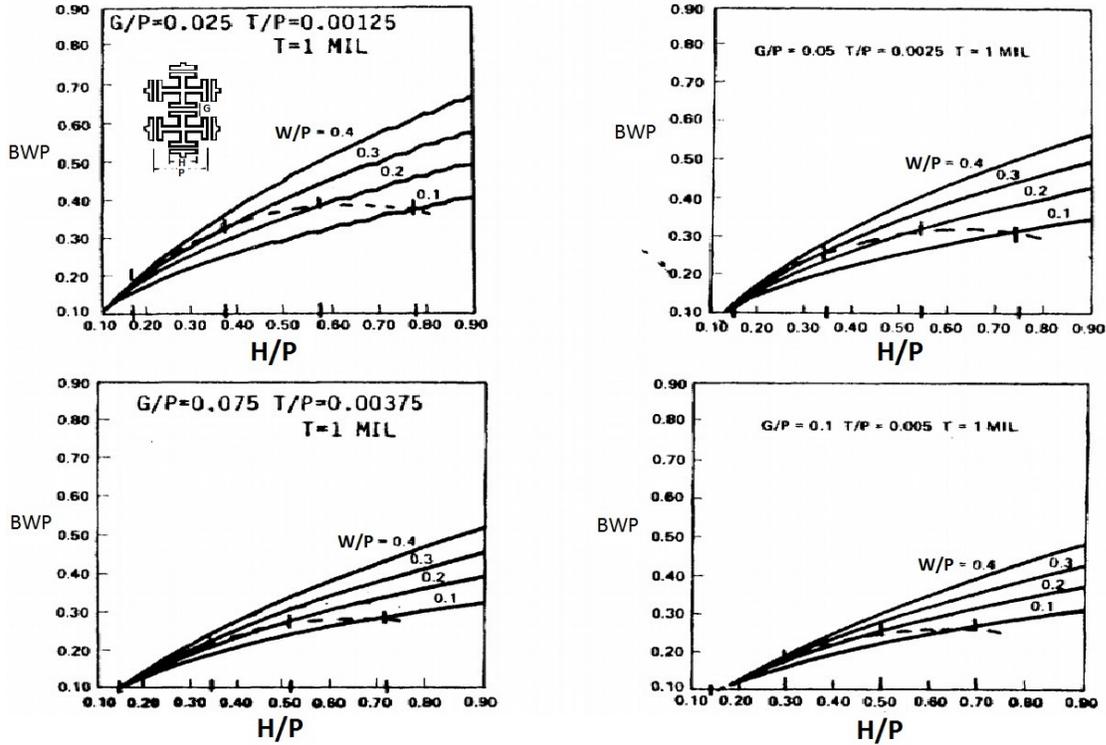


Figura 1.29: Ancho de banda normalizado (BW_{-10dB}/f_R) para distintas proporciones H/P [18].

1.4.5. Influencia de sustratos

En muchas circunstancias en que los elementos periódicos son piezas conductoras separadas (elementos tipo dipolo) la fabricación es imposible sin un material de soporte, la añadidura de un dieléctrico tiene una gran influencia en el patrón de transmisión por lo que es un factor que no se debe ignorar. Cuando se añade dieléctrico a una estructura conductora la frecuencia de resonancia se desplaza hacia frecuencias menores, en particular se desplaza hacia $f_0/\sqrt{\epsilon_r}$, tal como es natural suponer considerando el caso extremo en que todo el medio está cubierto del dieléctrico. Esta tendencia es fuerte incluso si la capa de dieléctrico es delgada en comparación con la longitud de onda de la frecuencia resonante [16]. Si se ubica dieléctrico en un solo lado de la estructura la reducción máxima de frecuencia es $f_0/\sqrt{(1+\epsilon)}/2$. Se debe hacer una distinción entre los casos de grillas capacitivas y grillas inductivas, pues para anchos de dieléctrico comparables a la longitud de onda de resonancia ($> \lambda/4$) la forma de tender hacia estos valores inferiores cambia, en particular el caso de la grilla inductiva presenta una convergencia no monotonamente con el ancho de la película. Esto se explica con la analogía de líneas de transmisión donde la grilla inductiva actúa como un circuito abierto a la frecuencia de resonancia, siendo influido notoriamente por la presencia del dieléctrico mientras que la grilla capacitiva actúa como un corto circuito.

La figura 1.30(a) muestra la comparación entre las frecuencias de resonancia cuando el medio que rodea la superficie selectiva en frecuencia es aire (ϵ_0) y cuando es un medio de constante dieléctrica (ϵ_r). La figura 1.30(b) muestra el desplazamiento en frecuencia cuando la superficie se sitúa junto a capas dieléctricas de ancho despreciable con respecto a la longitud de onda.

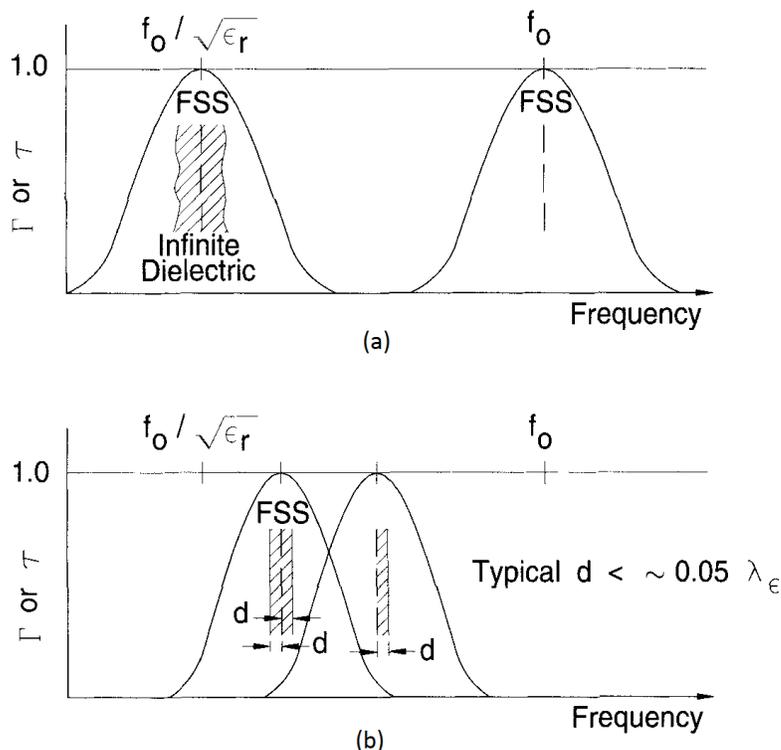


Figura 1.30: Efecto de añadir capas de dieléctrico en el desplazamiento de las frecuencias de resonancia [16].

Los medios dieléctricos estratificados pueden tener una gran influencia no solo en la frecuencia de resonancia, sino en la forma de la curva de transmisión y en desplazamientos de las frecuencias peak con el ángulo de incidencia, característica que puede ser utilizada a favor del mejoramiento de modelos. Añadir apropiadamente dieléctrico puede compensar bastante los efectos de una superficie selectiva en frecuencia inestable con la incidencia angular.

Diseños típicos para estabilizar superficies selectivas en frecuencia consideran un "sandwich" simétrico de dieléctrico alrededor del conductor. Variantes de esto se obtienen empleando más capas de conductor en un apilamiento simétrico de dieléctrico, en que las capas exteriores, simétricas, proveen de una ancho de banda constante para cambios en el ángulo de incidencia y variaciones de la polarización mientras que las capas intermedias determinan qué tan plano va a ser el peak de la curva de transmisión.

La estabilización según el ángulo de incidencia adicionando capas de sustrato se muestra en la Figura 1.31, donde se tienen las curvas de transmisión de dieléctrico de ancho $\lambda_\epsilon/2$ por sí solo (a), de una superficie ranurada por sí sola (b), para estos elementos combinados con la superficie descentrada en el dieléctrico y para la superficie ranurada centrada en el dieléctrico, para polarización en el plano de incidencia y en el plano perpendicular a este (H

plane). La figura 1.31(d) muestra que el ancho de banda se mantiene relativamente constante incluso para ángulos muy pronunciados y para ambas polarizaciones.

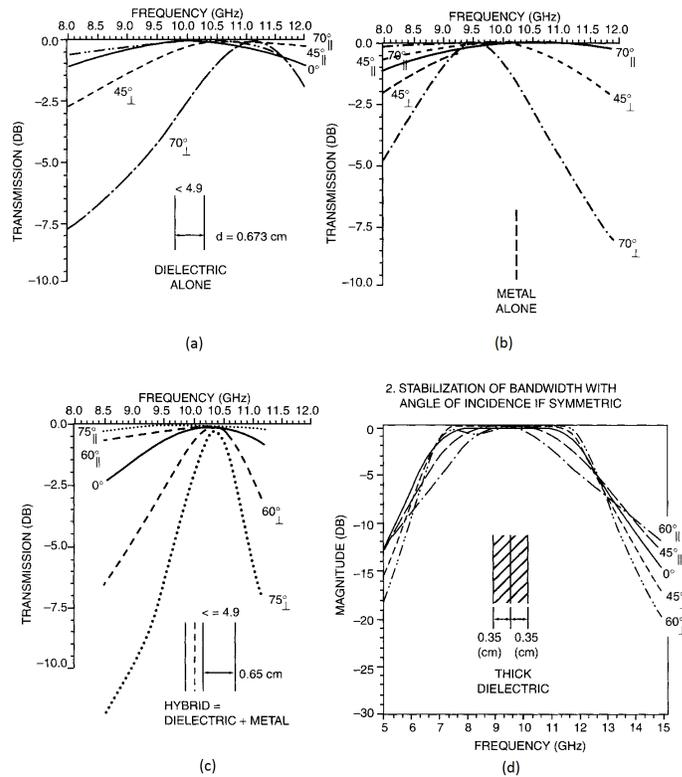


Figura 1.31: Efecto aislado de dieléctrico (a) Superficie selectiva en frecuencia (b) superficie rodeada de dieléctrico descentrada (c) y centrada en dieléctrico (d) para distintos ángulos de incidencia y polarizaciones [16].

1.4.6. Superficies en capas

Si ubicamos dos superficies, una detrás de la otra, el efecto es en general una apertura del ancho de banda, mientras que se pierde ángulo de intensidad del peak, tal como se muestra en la Figura 1.32. Sin embargo este tipo de arreglo introduce una variabilidad muy alta con respecto al ángulo de incidencia y la polarización, por lo que su aplicación requiere la introducción de sustratos y la determinación de anchos de separación apropiados.

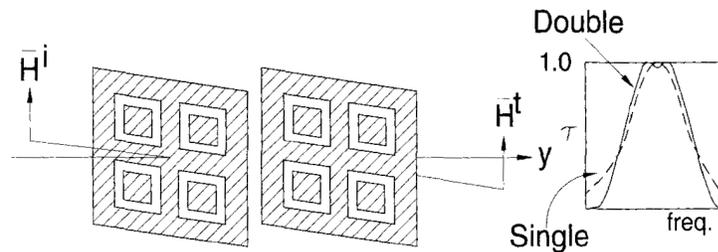


Figura 1.32: Efecto en la transmisión de elementos ubicados en cascada (línea continua) comparada con curva para elemento aislado (línea punteada).[16]

1.5. Análisis de FSS

El análisis de Superficies Selectivas en Frecuencia puede ser abordado desde una perspectiva de impedancias, en que se considera elementos infinitesimales de corriente generando impedancias mutuas con los elementos o bajo un enfoque ondulatorio. El problema en general es inabordable analíticamente, salvo para casos de aberturas de formas muy simples. Para la resolución se recurre a métodos de discretización, usualmente métodos basados en descomposición de modos de Bloch/Floquet en conjunto con el Método de los Momentos.

Bajo la suposición de superficies planares extendidas con aberturas que se repiten periódicamente, el análisis de una superficie selectiva en frecuencia de extensión infinita puede reducirse al análisis de una celda unitaria. Los análisis usuales parten simplificando la excitación a una onda plana uniforme en un ángulo cualquiera fijo y polarizada linealmente. El análisis se basa en la determinación de las componentes tangenciales del campo al borde de la superficie que rodea a la apertura [23], superficie que denominaremos S. Se asume que los campos incidentes generan una distribución de corrientes, en la superficie, que en forma general se podrían considerar como corrientes eléctricas o magnéticas. La figura 1.33 muestra la componente tangencial \hat{n} de una apertura genérica. La apertura S se considera rodeada de un conductor perfecto, confinada frontal y posteriormente por densidades de corriente de magnetización definidas como \vec{M} y $-\vec{M}$.

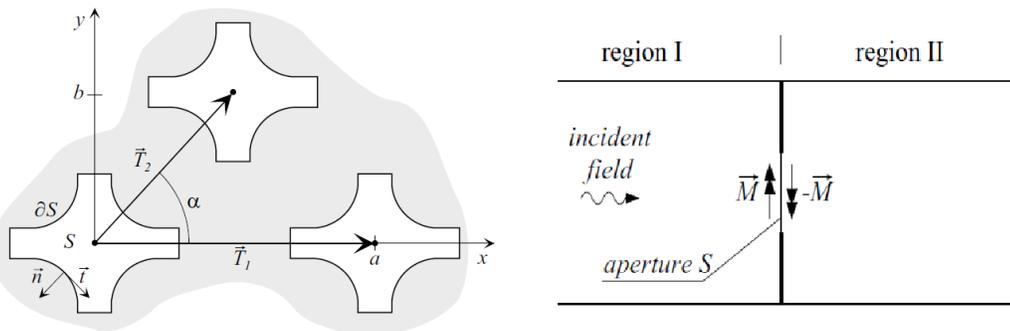


Figura 1.33: Vista frontal de la superficie indicando el vector tangente al borde dS y vista lateral indicando el camino de corrientes de magnetización elegido [23].

Para asegurar la continuidad de la componente tangencial del campo magnético las siguientes condiciones deben satisfacerse en S:

$$(2\vec{H}_{inc} + \vec{H}_M^L) \times \hat{z} = \vec{H}_M^R \times \hat{z} \quad (1.16)$$

donde H_{inc} es el campo magnético incidente y H_M^L y H_M^R son los campos reflejados y transmitidos producidos por las corrientes magnéticas equivalentes. Esto se justifica con el principio de equivalencia, el cual posibilita anular el campo transmitido en un segundo medio sin mo-

dificarlo en el primero, mediante la introducción una distribución superficial de corrientes eléctricas y magnéticas en la superficie de separación.

1.5.1. Método de los Momentos

El problema integral subyacente a la ecuación (3.21) se puede resolver usando el método de los momentos, método con que una ecuación integral-diferencial puede ser resuelta en buena aproximación a partir de la definición de funciones base apropiadas. La corriente magnética equivalente en este caso se escribe como combinación de funciones base f_q , $q \in (1, \dots, Q)$ [28].

$$\vec{M} = \sum_{n=1}^N X_n \vec{f}_n \quad (1.17)$$

donde se emplean únicamente N funciones ante la imposibilidad de trabajar con infinitos términos. Si consideramos L el operador sobre el elemento desconocido \vec{M} , la ecuación se puede escribir:

$$L\vec{M} = \vec{V} \quad (1.18)$$

donde \vec{V} es un vector que impone las condiciones sobre \vec{M} .

El reemplazo de la incógnita por la combinación lineal de funciones base tiene una error e_N asociado:

$$\sum_{n=1}^N X_n L\vec{f}_n - \vec{V} = \vec{e}_N \quad (1.19)$$

error que se puede minimizar definiendo un producto escalar válido para aplicar con un conjunto de **funciones de prueba** ω_n , linealmente independientes, que operadas con el error resulten cero:

$$\langle \vec{e}_N, \vec{\omega}_m \rangle = 0 \quad (1.20)$$

resultando N ecuaciones para los distintos ω_m :

$$\sum_{n=1}^N X_n \langle L\vec{f}_n, \vec{\omega}_m \rangle = \langle \vec{V}, \vec{\omega}_m \rangle \quad (1.21)$$

Tanto las funciones base f_n como las funciones de prueba ω_m pueden ser funciones de dominio completo o funciones definidas en un intervalo del dominio (subdominio). Ejemplos de funciones definidas en un subdominio son:

- Pulso:

$$P_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x_{n-1} + x_n)/2 \leq x \leq (x_n + x_{n+1})/2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

- Triangular lineal:

$$T_n(x) = \begin{cases} (x - x_{n-1})/(x_n - x_{n-1}) & \text{si } x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ (x_{n+1} - x)/(x_{n+1} - x_n) & \text{si } x_n \leq x \leq x_{n+1} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Un caso particular en el uso del método de los momentos es cuando las funciones de prueba son obtenidas desde el mismo conjunto de las funciones base, denominado método de Galerkin, donde la expresión para determinar los coeficientes X_q se puede escribir como:

$$[Z][X] = [D] \quad (1.22)$$

$$X = [Z]^{-1}[D] \quad (1.23)$$

Volviendo a la ecuación 1.20:

$$(2\vec{H}_{inc} + \vec{H}_M^L) \times \hat{z} = \vec{H}_M^R \times \hat{z}$$

Para el problema electromagnético de la abertura S, existe alternativa de escribir cada componente de acuerdo a la corriente de magnetización y funciones base de Floquet. Las componentes \vec{H}_M^L y \vec{H}_M^R se pueden escribir como combinación de los vectores modales, $\vec{\mathcal{H}}_{mn}$, y las admitancias modales de Floquet ξ_{mn} .

$$\vec{H}_M^L = - \sum_{m,n} \xi_{mn} \vec{\mathcal{H}}_{mn} \int_S \vec{\mathcal{H}}_{mn}^* \cdot \vec{M} dS \quad (1.24)$$

$$\vec{H}_M^R = \sum_{m,n} \xi_{mn} \vec{\mathcal{H}}_{mn} \int_S \vec{\mathcal{H}}_{mn}^* \cdot \vec{M} dS \quad (1.25)$$

De estas expresiones las matrices $[Z]$ y $[D]$ se pueden obtener evaluando:

$$[Z]_{rq} = \sum_{m,n} 2\xi_{mn} \int_S \vec{f}_r \cdot \vec{\mathcal{H}}_{mn} dS \int_S \vec{f}_q \vec{\mathcal{H}}_{mn}^* \cdot dS \quad (1.26)$$

$$[D]_r = 2 \int_S \vec{f}_r \cdot \vec{H}_{inc} dS \quad (1.27)$$

1.5.2. Teorema de Floquet

El teorema de Floquet sirve para reducir el análisis de una superficie selectiva en frecuencia al análisis de una sola celda unitaria, aprovechando la periodicidad de las condiciones físicas para ecuaciones diferenciales. Este tratamiento se emplea en otras áreas como física del sólido para considerar los potenciales periódicos en la búsqueda de las funciones de onda de electrones a través del sólido.

Suponiendo que se tiene una ecuación diferencial $\dot{x} = A(t)x$, donde $A(t)$ es una función periódica de periodo T , es decir:

$$A(t) = A(t + T) \quad (1.28)$$

Se parte sobre la base de la solución fundamental a la ecuación diferencial, solución que se denominará $\phi(t)$. Se impone que esta solución, en $t+T$, cumpla la relación:

$$\phi(T + t) = \phi(t) e^{TB} \quad (1.29)$$

Para cada matriz B que cumple la ecuación: $e^{TB} = \phi^{-1}(0) \phi(T)$ existe una matriz $P(t)$

periódica, de periodo T que cumple:

$$\phi(t) = P(t)e^{tB} \tag{1.30}$$

También existen R y $Q(t)$ reales, con $Q(t)$ periódica de periodo $2T$, que cumplen:

$$\phi(t) = Q(t)e^{tR} \tag{1.31}$$

El estudio de las propiedades de estas matrices puede anticipar la estabilidad de las soluciones. El cambio de variable subyacente al cambio de coordenadas: $y = Q^{-1}(t)x$ lleva a una ecuación diferencial equivalente lineal de coeficientes constantes: $\dot{y} = Ry$

Capítulo 2

Metodología

El método de diseño se basa, en primer lugar, en la elección del tipo de estructura y la definición de los parámetros geométricos para modelar y optimizar. Se considera una serie de patrones sencillos y se contrasta sus curvas de transmisión típica para anticipar la posibilidad de cumplir los requerimientos. Se espera que la estructura transmita sin una polarización preferencial, por esta razón resulta conveniente respetar una simetría x-y. Con esto se descarta estructuras tipo filamentos, como las superficies tipo n mostradas en la sección 1.4.3. La transferencia de parte de la resonancia en un eje hacia el eje perpendicular puede reducirse delimitando las pistas a filamentos delgados. Estas características presentan como buena candidata una geometría tipo cruz, sin embargo la geometría de cruz favorece modos de resonancia que ubican frecuencias de mínima transmisión y máxima transmisión demasiado cerca. Una modificación en la terminación de cada filamento permite superar este problema en una geometría denominada Cruz de Jerusalén. Las cruces de Jerusalén poseen numerosas ventajas, una de ellas es su baja polarización cruzada, característica que se persigue en este diseño.

El comportamiento general de las cruces de Jerusalén fue visto en la sección 1.5, donde el gráfico 1.29 muestra que existen dos resonancias principales para incidencia normal (dos mínimos de transmisión) y a medida que se varía el ángulo de incidencia aparecen nuevas resonancias intermedias. Las frecuencias del primer armónico y del primer punto de máxima transmisión no son mayormente afectados, aún cuando en el caso de la polarización perpendicular al plano de incidencia aparece una perturbación que se debe tomar en cuenta y en lo posible, evitar.

HFSS es un software especializado en la simulación electromagnética a altas frecuencias, emplea métodos de discretización y de resolución integral, tales como método de elementos finitos(FEM) y Método de los momentos (MoM), entre otros.

Se usan condiciones de periodicidad en la simulación para reducir el comportamiento de la estructura al que exhibe la celda unitaria. Para instalar las condiciones de periodicidad se crean puertos de Floquet en las caras superior e inferior del volumen de simulación, como se muestra en la figura 2.1. En la declaración de los puertos se fija la cantidad de modos que se considerarán en la simulación, al respecto se debe fijar una frecuencia y considerar solo

aquellos modos cuya atenuación sea cero. La adición de modos refina el resultado pero al mismo tiempo incrementa los intervalos de simulación, por lo que el análisis de influencia de parámetros se hará en primera aproximación solo con los Modos TE00 y TM00.

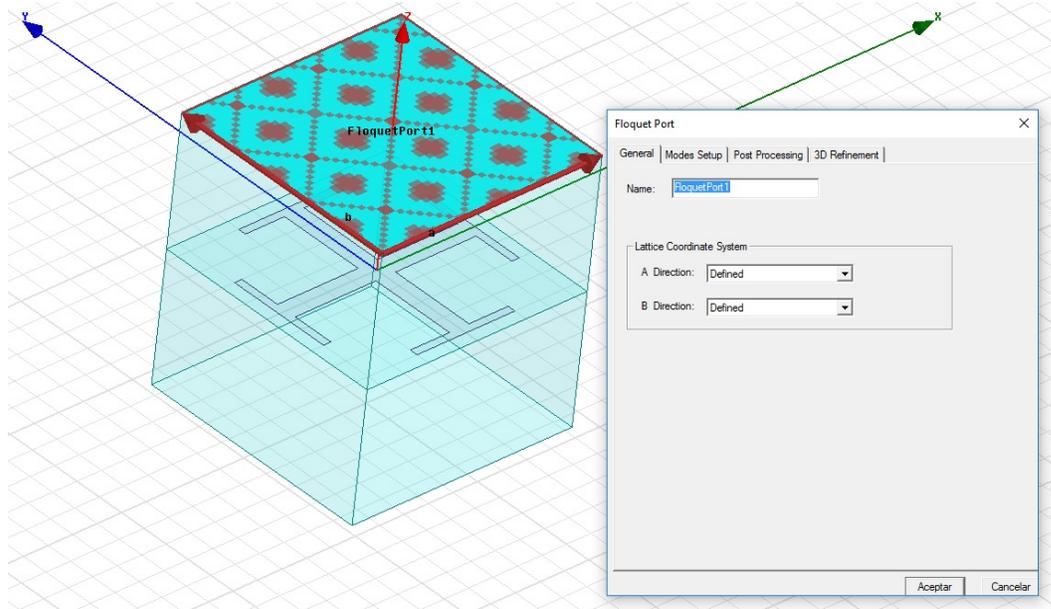


Figura 2.1: Declaración de puertos de Floquet.

Se prioriza la búsqueda de parámetros que consigan cumplir los requerimientos de frecuencias centrales de banda. Luego se persigue la condición de ancho de banda y finalmente el cumplimiento de una baja polarización cruzada. La transmisión se verá mínimamente afectada por el ángulo de incidencia en el rango de frecuencias de interés, dadas las propiedades de la estructura escogida.

Se realiza una inspección de influencia de parámetros intentando situar las frecuencias de resonancia en entornos cercanos a las frecuencias de interés. Los gráficos mostrados fueron chequeados para polarización en el plano de incidencia y perpendicular al plano de incidencia. El comportamiento en ambas polarizaciones resulta muy similar, por simplicidad se exhiben los gráficos para una una sola de ellas.

Posteriormente se realiza una optimización sobre una función de costo dependiente de la reflexión y transmisión en la Banda 6 y Banda 9. La optimización emplea una variante del método de Newton que simplifica el establecimiento de la dirección de búsqueda en el hiperplano de parámetros.

2.1. Inspección de influencia de parámetros.

En esta sección se busca revelar el impacto que tiene la variación de cada parámetro en las frecuencias de interés para una cruz de Jerusalén tipo dipolo, chequeando en parte el comportamiento abordado en la sección 1.4.4. Pruebas en las simulaciones indican que las frecuencias críticas no siempre exhiben una tendencia creciente o decreciente con la variación de los parámetros, es decir, a nivel local los cambios debidos a la variación suelen ser monótonos, pero ocurren excepciones. Por esta razón conviene chequear el comportamiento local alrededor de los valores de interés que aproximen las frecuencias críticas a las frecuencias objetivo, en Banda 6 y Banda 9. El modelo parametrizado de la cruz de Jerusalén a explorar se muestra en la figura 2.2.

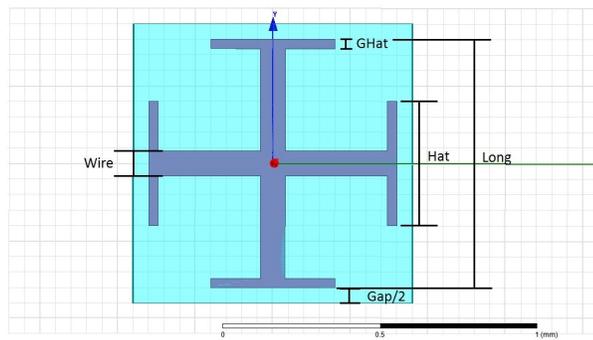


Figura 2.2: Modelo Parametrizado en HFSS de Cruz de Jerusalén en su versión dipolo (Filamentos de material conductor).

2.1.1. Parámetro «Hat» en conjunto con «Long»

Los parámetros que más influyen en la característica de frecuencia son la longitud de la estructura, «Long» y el largo de la terminación del brazo, «Hat». El efecto por separado de estas variables se puede delimitar como:

-Mayores extensiones de «Long» se relacionan con longitudes de onda mayores y por lo tanto frecuencias críticas menores.

-En general un mayor «Hat» conduce también a frecuencias críticas menores.

La forma en que estas frecuencias de resonancia varían dista de ser lineal, sin embargo la tendencia conjunta de ambos se asemeja a una recta, como se muestra en la sección 1.4, Figura 1.29.

Las frecuencias de mayor transmisión son fácilmente observables en las curvas de reflexión en [dB], presentándose como mínimos. De la misma forma las frecuencias de mayor reflexión se observan mejor en los gráficos transmisión. Las figuras 2.3, 2.4 y 2.5 muestran las frecuencias de mínima reflexión cuando «Hat» es una fracción distinta de «Long», con $\text{Gap}=0.02\text{ mm}$, $\text{Wire}=0.02\text{mm}$, $\text{GHat}=0.04\text{mm}$.

La frecuencia del primer mínimo es una frecuencia de máxima transmisión, la que se denominará f_T .

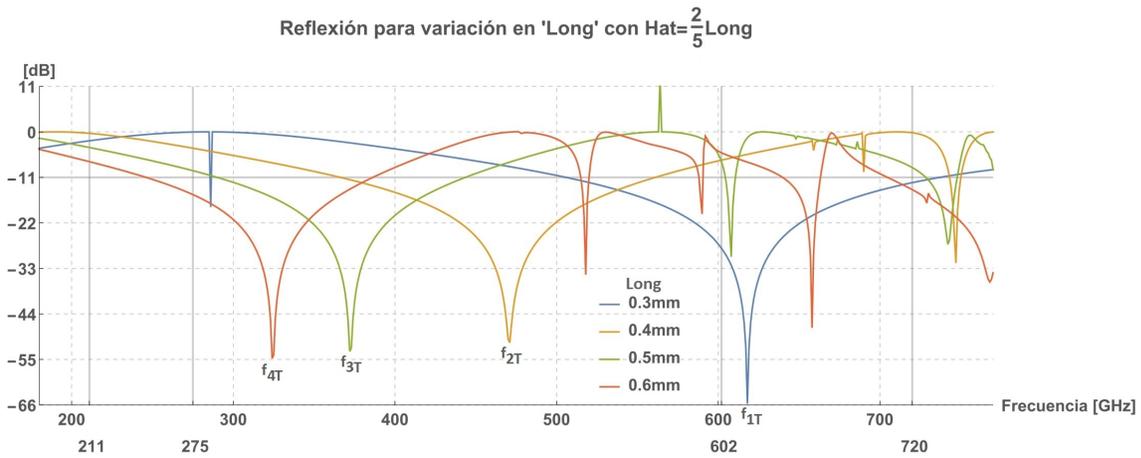


Figura 2.3: Reflexión para variaciones de «Long»: 0.3-0.6 mm, $\text{Hat}=(2/5)\text{Long}$.

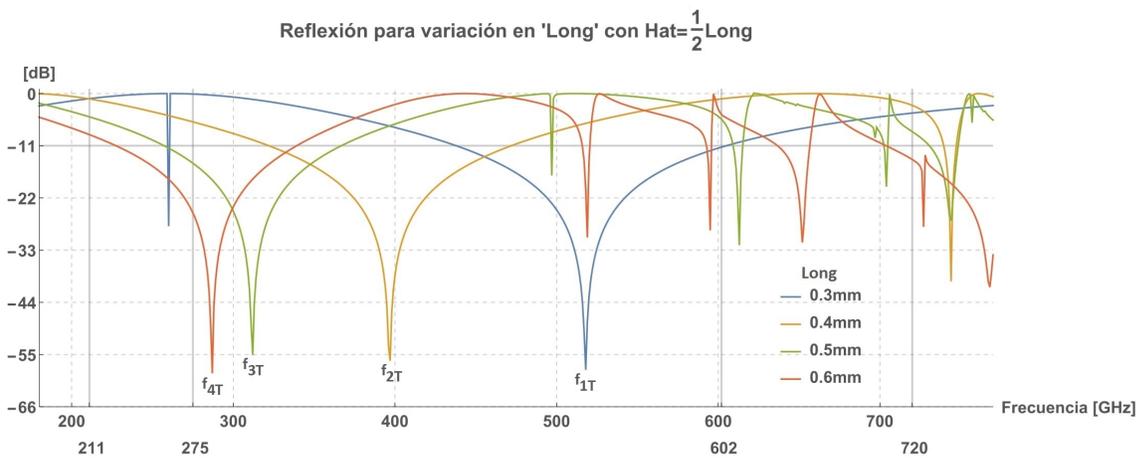


Figura 2.4: Reflexión para variaciones de «Long»: 0.3-0.6 mm, $\text{Hat}=(1/2)\text{Long}$.

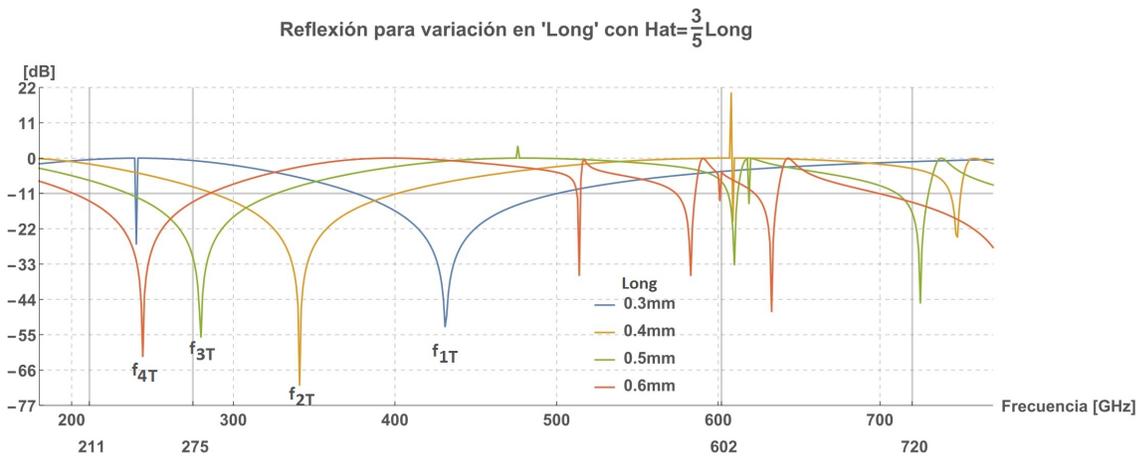


Figura 2.5: Reflexión para variaciones de «Long»: 0.3-0.6 mm, $\text{Hat}=(3/5)\text{Long}$.

Las figuras 2.6, 2.7 y 2.8 muestran las frecuencias de mínima transmisión cuando «Hat» es una fracción distinta de «Long», con Gap=0.02 mm, Wire=0.02 mm, GHat=0.04 mm. La primera frecuencia de máxima reflexión se denominará f_R .

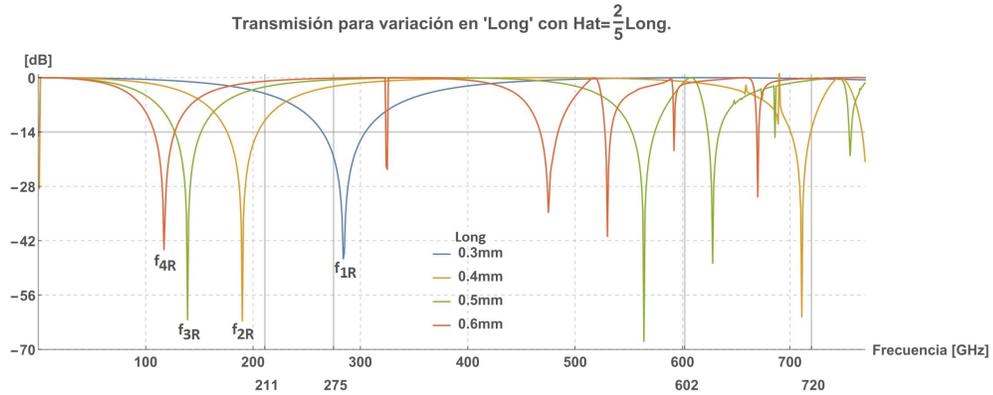


Figura 2.6: Transmisión para variaciones de «Long»: 0.3-0.6 mm, Hat=(2/5)Long.

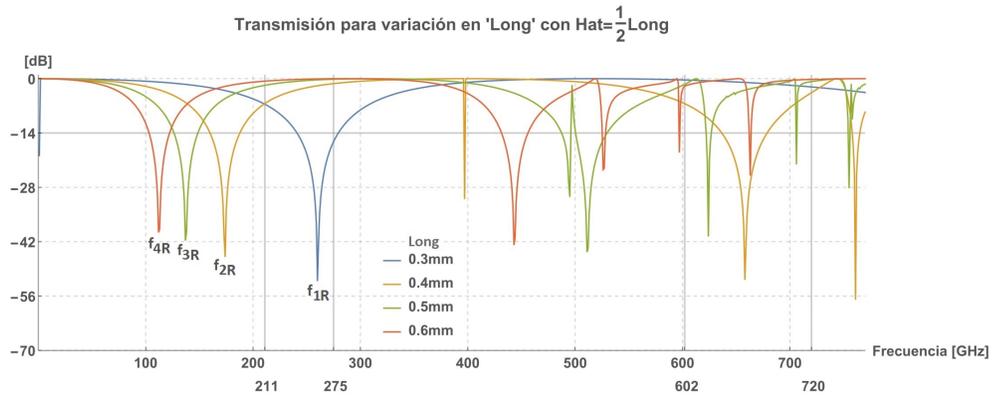


Figura 2.7: Transmisión para variaciones de «Long»: 0.3-0.6 mm, Hat=(1/2)Long.

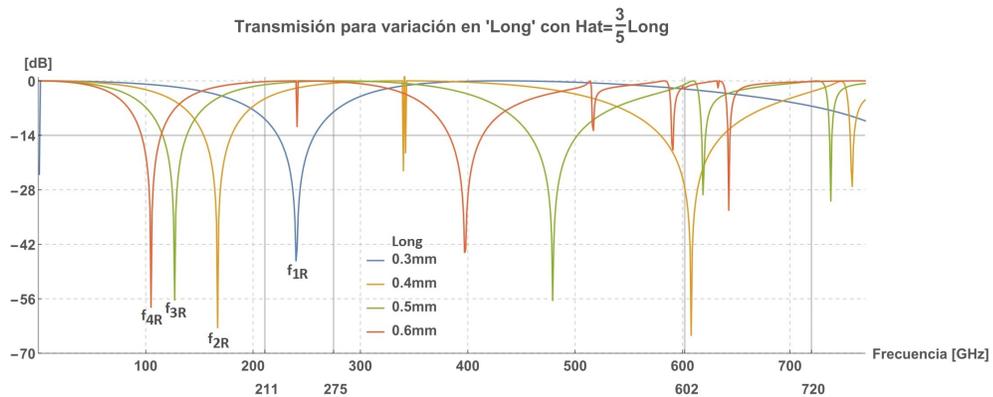


Figura 2.8: Transmisión para variaciones de «Long»: 0.3-0.6 mm, Hat=(3/5)Long.

A medida que el valor de «Hat» se va asimilando al valor del parámetro «Long», se va disminuyendo la sensibilidad de la mínima frecuencia de transmisión a los cambios de «Long».

Como observación general sobre las frecuencias críticas, el valor de «Long» parecer tener una influencia importante en las frecuencias de mínima transmisión y en los anchos de banda de los mínimos de reflexión, mientras que «Hat» para «Long» constante tiene un impacto muy alto en las frecuencias de mínima reflexión y en el segundo mínimo de transmisión.

La relación entre «Hat» y «Long» tiene una profunda influencia en las frecuencias de máxima reflexión y transmisión, en particular fijarlos adecuadamente puede determinar cuán separadas se pueden ubicar estas frecuencias. Se observa que la razón entre las frecuencias f_T/f_R va aumentando, para una misma longitud «Long», a medida que la razón entre «Hat» y «Long» disminuye. Esto se produce mediante un corrimiento moderado de la frecuencia.

Intentando aproximarse a la Banda 6 con el primer mínimo de transmisión y a la Banda 9 con el de reflexión, se elabora la tabla 2.1, donde se exhibe la razón entre estas frecuencias.

Tabla 2.1: Frecuencias f_R y f_T con distintas razones $Hat/Long$, para $Wire=0.02$, $Gap=0.02$, $GHat=0.04$.

Hat/Long	Long [mm]	f_R [GHz]	f_T [GHz]	f_T/f_R
3/5	0.3	240	430	1.79
3/5	0.4	170	340	2.00
3/5	0.5	130	280	2.15
3/5	0.6	100	240	2.40
1/2	0.3	260	520	2.00
1/2	0.4	180	400	2.22
1/2	0.5	140	310	2.21
1/2	0.6	110	290	2.63
2/5	0.3	280	620	2.21
2/5	0.4	190	470	2.47
2/5	0.5	140	370	2.64
2/5	0.6	120	320	2.66
3/10	0.3	290	690	2.37
3/10	0.4	220	580	2.63
3/10	0.5	150	460	3.06
3/10	0.6	130	370	2.84

2.1.2. Parámetro «Wire»

El gráfico de la Figura 2.9 muestra la curva de reflexión de la Cruz de Jerusalén versión dipolo variando el ancho del canal («Wire») con Gap=0.020 mm, GHat=0.030 mm, Long=0.5 mm, Hat=0.3 mm.

Las variación hacia longitudes mayores tienen asociado un aumento de la primera frecuencia de mínima reflexión. Por otro lado se advierte el efecto opuesto con el ancho de banda de la reflexión.

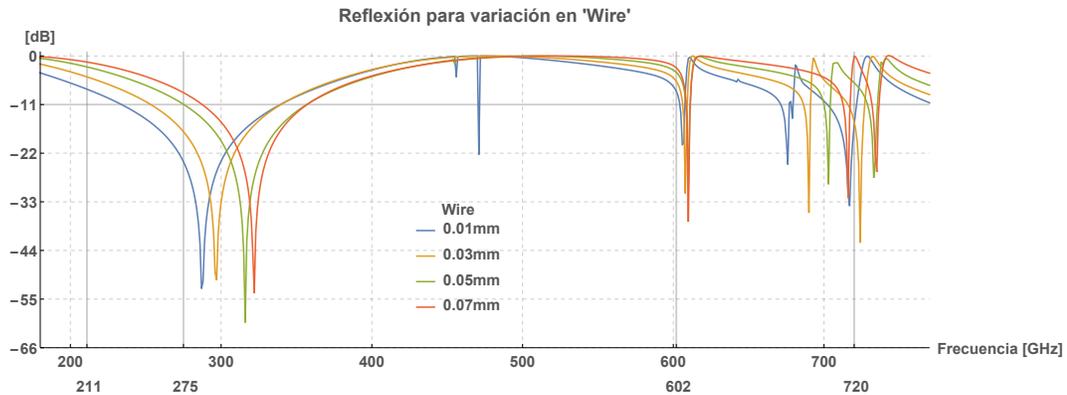


Figura 2.9: Reflexión para variaciones de Wire: 0.010-0.080 mm.

El gráfico de la Figura 2.10 muestra el efecto de «Wire» en las dos resonancias típicas. Se observa que las dos frecuencias principales de resonancia aumentan con el aumento en «Wire», así como también lo hace el ancho de banda.

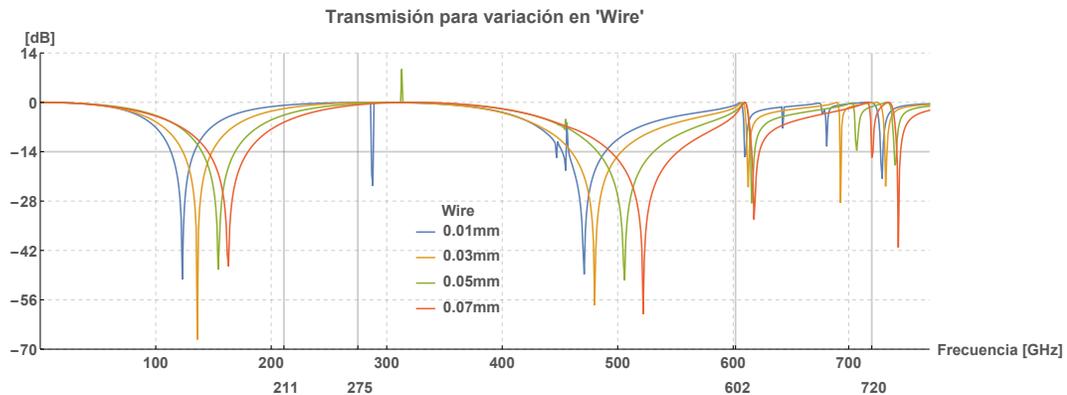


Figura 2.10: Transmisión para variaciones de Wire: 0.010-0.080 mm.

Se chequea para este y otros casos que la influencia es más significativa para los mínimos de transmisión que para los mínimos de reflexión.

2.1.3. Parámetro «Gap»

Se supone que la variable «Gap» no afecta mayormente las frecuencias críticas, pero de acuerdo a los gráficos de las figuras 2.11 y 2.12 hay anchos para los que este valor sí resulta determinante. A medida que «Gap» aumenta se observa que las líneas van convergiendo hacia un solo valor.

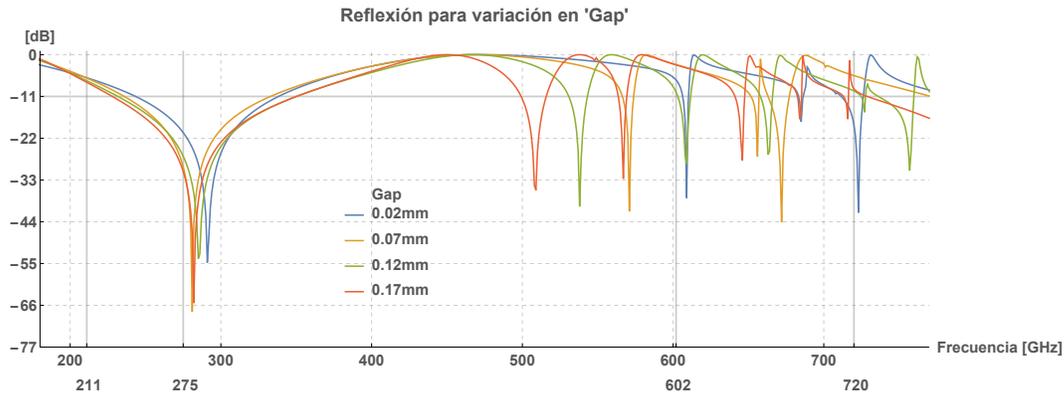


Figura 2.11: Reflexión para variaciones de Gap: 0.020-0.200 mm. Cruz de Jerusalén con Wire=0.020 mm, GHat=0.030 mm, Long=0.5 mm, Hat=0.3 mm.

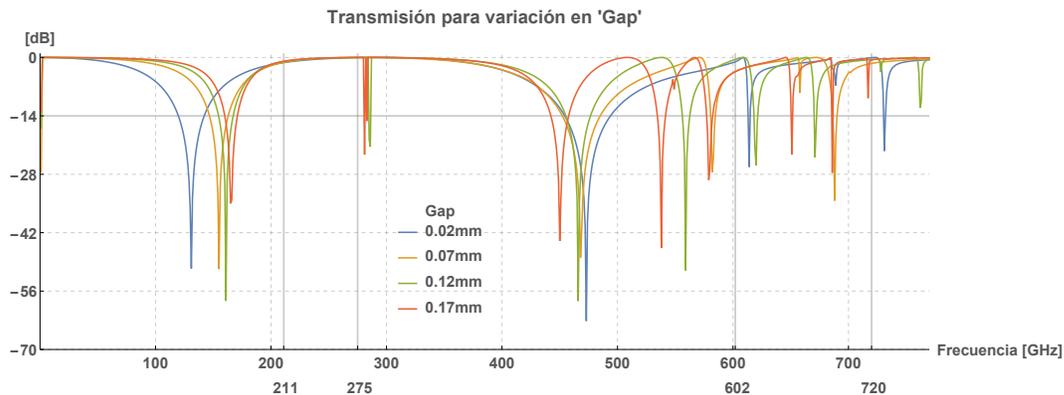


Figura 2.12: Transmisión para variaciones de Gap: 0.010-0.210 mm. Cruz de Jerusalén con Wire=0.020 mm, GHat=0.030 mm, Long=0.500 mm, Hat=0.300 mm.

El impacto en los mínimos de transmisión es notoriamente superior al impacto en los mínimos de reflexión. También se observa que aumentando la proporción Hat/Long, el impacto en los mínimos de transmisión para valores pequeños de «Gap» es mayor y que se tienen mayores anchos de banda.

El efecto de «Gap» donde es más notoria su influencia está en concordancia con la analogía de capacitancia que se da entre las terminaciones de la cruz. De esta analogía la frecuencia de resonancia está relacionada con «Gap» por medio de $f_R \propto 1/\sqrt{C} \propto \sqrt{d/A}$, donde d es la separación entre placas («Gap» en este caso) y A es el área de cada placa.

2.1.4. Parámetro «GHat»

El efecto del ancho de las terminaciones de brazo afecta a las frecuencias de resonancia y también a los anchos de banda, sobre todo en los mínimos de reflexión. Este comportamiento se muestra en las figuras 2.13 y 2.14.

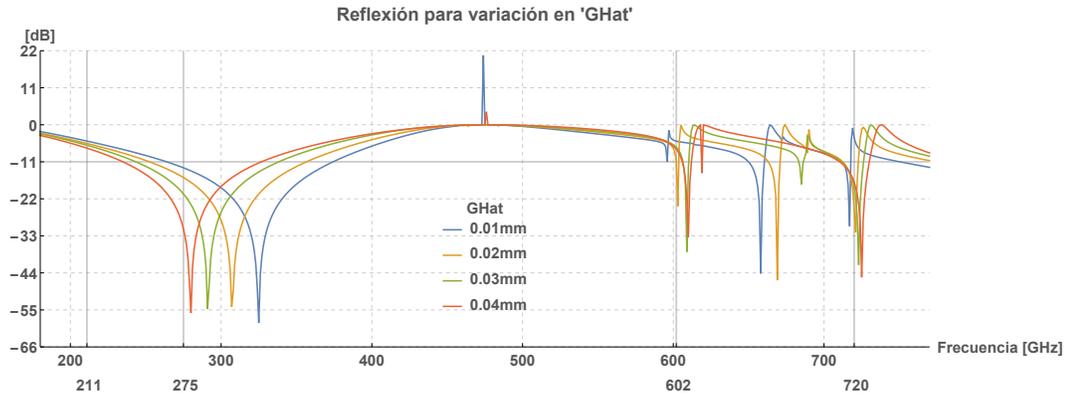


Figura 2.13: Reflexión para variaciones de GHat: 0.01-0.04 mm. Cruz de Jerusalén con Gap=0.02 mm, Wire=0.02 mm, Long=0.5 mm, Hat=0.4 mm.

Recordando la analogía con la capacitancia, presentada en el apartado sobre «Gap», parece ser que aumentar «GHat» se analoga a aumentar el área conductora del capacitor. La correspondencia entre estas características no es directa, más aún cuando en el modelo sin espesor el plano conductor tiene área entre placas despreciable, sin embargo la analogía sirve para anticipar que mayores «GHat» tendrán como consecuencia menores frecuencias críticas.

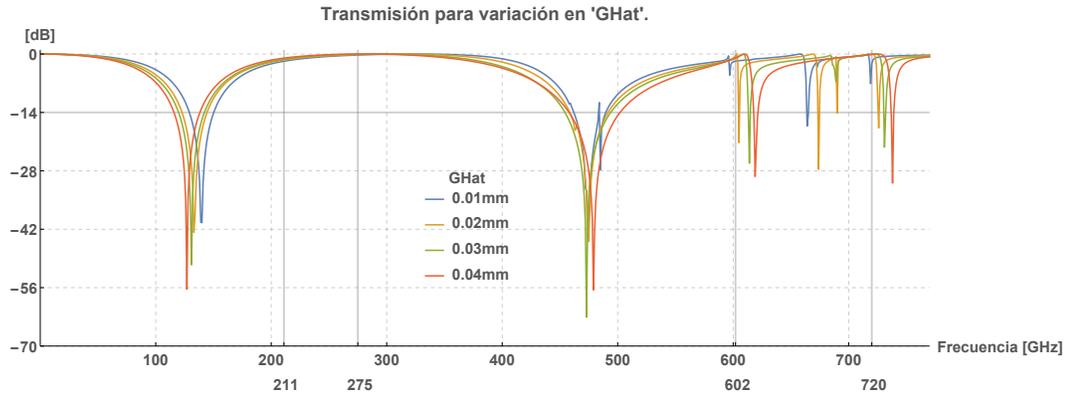


Figura 2.14: Transmisión para variaciones de GHat: 0.01-0.04 mm. Cruz de Jerusalén con Gap=0.02 mm, Wire=0.02 mm, Long=0.5 mm, Hat=0.4 mm.

2.1.5. Polarización cruzada

Por su parte la polarización cruzada no supone gran problema ya que se mantiene para todo el rango estudiado en valores bajos (bajo los -17dB). Situación que se ilustra en las figuras 2.15, 2.16 y 2.17, modelos con variación del parámetro «Long», para Cruz de Jerusalén con Hat=0.3mm, Gap=0.02 mm, Wire=0.02 mm, GHat=0.04 mm.



Figura 2.15: Polarización Cruzada para variaciones de «Long»: 0.3-0.6 mm.



Figura 2.16: Polarización Cruzada para variaciones de «Long»: 0.3-0.6 mm.



Figura 2.17: Polarización Cruzada para variaciones de «Long»: 0.3-0.6 mm.

2.2. Optimización

El método de Newton consiste en la búsqueda de raíces (ceros) de una función ajustando rectas tangentes en distintos puntos. Los puntos sucesivos se buscan buscando el cero de la recta tangente hasta que la evaluación de la función alcance un valor cercano a cero. La optimización emplea el método de Newton modificado para encontrar los parámetros que acerquen el modelo a sus requerimientos de frecuencias centrales y eficiencia en todo el rango.

La condición de eficiencia superior al 96 % en la Banda 6 se traduce transmisiones inferiores a -13.97 dB. La eficiencia del 92 % perseguida en la Banda 9 equivale a reflexiones bajo -10.96 dB en todo el rango. La cantidad a optimizar es una ponderación equitativa de la condición de eficiencia de la Banda 6 y Banda 9 para un solo tipo de polarización (modo 1: TE00). Las restricciones de polarización cruzada y desempeño angular no forman parte de la condición de optimización, por tratarse de condiciones que, para el modelo escogido, se cumplen ampliamente.

Las metas de optimización usadas se muestran a continuación:

- Frecuencias centrales: El modelo tiene una sola frecuencia de resonancia. Para obtener la frecuencia central de transmisión en 680 GHz se impone la condición sobre el parámetro S_{11} mostrada en la ecuación 2.1.

$$S(670 - 690GHz)_{\{puerto_1:modo_1,puerto_1:modo_1\}}[dB] \leq -25[dB] \quad (2.1)$$

Cuando la transmisión decrece hacia menores frecuencias, basta con imponer un límite para S_{12} en el extremo superior del rango.

$$S(250 - 275GHz)_{\{puerto_1:modo_1,puerto_2:modo_1\}}[dB] \leq -14[dB] \quad (2.2)$$

- Eficiencia en todo el ancho de banda: Es la condición de cumplimiento de las metas de eficiencia en Banda 6 y Banda 9, que son, en estricto rigor, las que se deben imponer.

$$S(602 - 720GHz)_{\{puerto_1:modo_1,puerto_1:modo_1\}}[dB] \leq -11[dB] \quad (2.3)$$

$$S(211 - 275GHz)_{\{puerto_1:modo_1,puerto_2:modo_1\}}[dB] \leq -14[dB] \quad (2.4)$$

Con el método de optimización empleado la dirección de búsqueda se calcula sin tener que calcular el jacobiano de la función. Se realiza mediante variación de un parámetro a la vez. El número máximo de iteraciones para la optimización fue 5000. Las metas de optimización se establecen como se muestra en la Figura 2.18. El establecimiento de saltos mínimos y máximos según el método de Quasi-Newton entre valores de parámetros, se hace de acuerdo a los valores de la tabla 2.2.

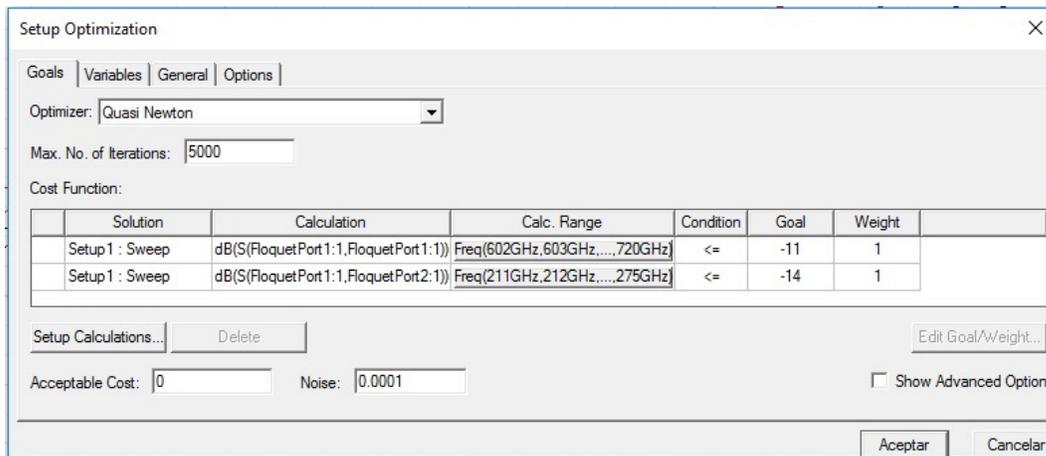


Figura 2.18: Meta de optimización impuesta para la búsqueda de parámetros.

Tabla 2.2: Parámetros empleados en la búsqueda con el método Quasi-Newton.

variable	min.step [mm]	max. step [mm]
Wire	0.0002	0.005
Gap	0.0002	0.002
GHat	0.0002	0.002
Long	0.002	0.050
Hat	0.002	0.020

Se realizan numerosas pruebas partiendo desde diferentes valores semilla, tanto en los extremos de los intervalos cota, como en valores intermedios. La evaluación de la función de costo con cada iteración queda reflejada gráficas como la mostrada en la Figura 2.19.

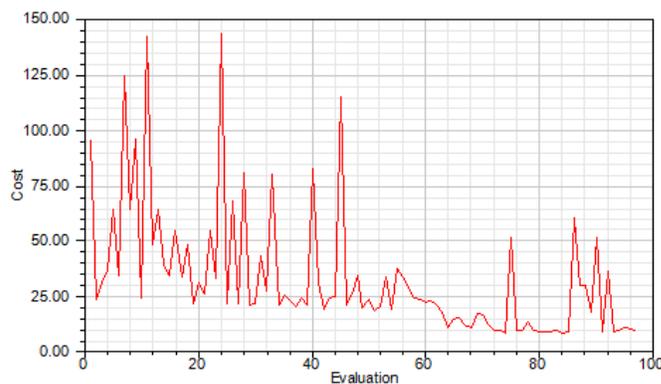


Figura 2.19: Valores de la función de costo para una optimización.

Se prueba también el efecto de variaciones de $1 \mu m$ desde los valores óptimos obtenidos en cada una de las variables, con el fin de preferir sensibilidad baja a cambios de los parámetros pequeños que puedan resultar del proceso constructivo.

Capítulo 3

Resultados

3.1. Desempeño de alternativas

Las estructuras candidatas a conducir al diseño final son ambas cruces de Jerusalén, una en versión dipolo y la otra en versión ranurada. Se establece, de partida, una incidencia normal, para enfocar la caracterización solo las frecuencias de máxima reflexión y transmisión, f_R y f_T , en una sola de las polarizaciones, ya que en ambas el comportamiento se chequea similar en las simulaciones. A continuación se contrasta el desempeño de los dos modelos frente a los requerimientos de eficiencia y polarización cruzada.

3.1.1. Primera alternativa: Cruz de Jerusalén versión dipolo

Las mediciones mostradas en la tabla 2.1 muestran las frecuencias centrales obtenidas con distintas proporciones de *Hat/Long* y distintos valores de «Long». Esto permite acercar la búsqueda hacia los valores a $f_R= 243$ GHz y $f_T=661$ GHz.

Las frecuencias de interés se ubican en la mitad de cada banda (243 y 661 GHz), siendo $f_T/f_R = 2,72$. Las longitudes de onda correspondientes a estas frecuencias son 1.233 mm y 0.453 mm respectivamente. Por la condición de Grating Lobes vista en la sección 1.3.1, conviene trabajar con largos cercanos o menores a $\lambda_R/2 \approx 0.25$ mm. Con estos antecedentes se puede definir un hipercubo de cotas para los valores de los parámetros para forzar que el primer mínimo de transmisión esté en Banda 6 y el primer mínimo de reflexión esté en Banda 9. Las cotas definidas para este modelo se muestran en la tabla 3.2.

Bajo la condición de optimización de las ecuaciones 2.3 y 2.4 mostradas en el capítulo 2, se obtienen los valores de parámetros de la tabla 3.3.

Tabla 3.1: Frecuencias f_R y f_T para distintos $Hat/long$, para Wire=0.02, Gap=0.02, GHat=0.04.

Hat/Long	Long [mm]	f_R [GHz]	f_T [GHz]	f_T/f_R
3/10	0.30	290	690	2.37
3/10	0.31	300	710	2.36
3/10	0.32	290	690	2.37
3/10	0.33	270	670	2.48
3/10	0.34	270	665	2.46
3/10	0.35	260	655	2.51
3/10	0.36	250	620	2.48
3/10	0.37	250	620	2.48
3/10	0.38	240	610	2.54
3/10	0.39	230	600	2.60
3/10	0.40	220	580	2.63
2/10	0.40	260	670	2.57
2/10	0.41	260	640	2.46
2/10	0.42	260	650	2.50
2/10	0.43	225	610	2.71
2/10	0.44	260	625	2.40
2/10	0.45	215	595	2.76
2/10	0.46	235	610	2.59
2/10	0.47	200	590	2.95
2/10	0.48	215	585	2.72
2/10	0.49	200	585	2.92
2/10	0.50	180	560	3.11

Tabla 3.2: Valores cota para los parámetros de manipulación de la celda.

Parámetro	Cotas [μm]
Wire	10-80
Gap	10-50
GHat	10-100
Long	150-700
Hat	150-650

Tabla 3.3: Valores optimizados truncados al μm .

Parámetro	Valor [μm]
Wire	23
Gap	20
GHat	28
Long	380
Hat	108

Las curvas de Transmisión y Reflexión del modelo con parámetros optimizados se muestra en la figura 3.1, donde se observa que la restricción para la Banda 9 bajo -11dB se cumple ampliamente, mientras que la condición para banda 6 no lo hace. Las eficiencias asociadas a este modelo son 74.8 % para Banda 6 y 98 % para Banda 9.

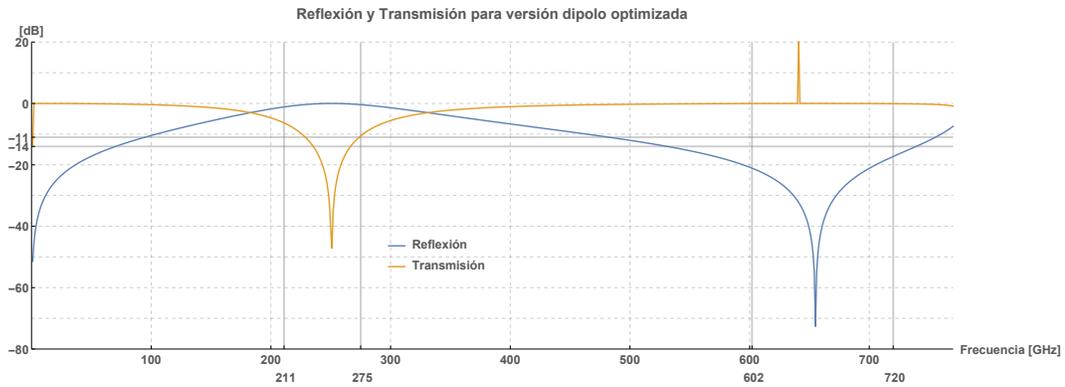


Figura 3.1: Curva de Transmisión y Reflexión para el modelo optimizado.

Teniendo en cuenta que un requerimiento quedó muy por debajo de cumplirse se reasignan los pesos de las condiciones de optimización. Se pondera inversamente proporcional a la extensión de cada banda, con esto la condición para Banda 6 pesará 1.87 y la de Banda 9 pesará 1. Los nuevos valores optimizados se muestran en la tabla 3.4. La eficiencia exhibida por este modelo es 76.5 % en Banda 6 y 94.9 % en Banda 9. Por otro lado, la polarización cruzada no aporta conflicto dado que se encuentra bajo el límite establecido (Figura 3.3)

Tabla 3.4: Valores optimizados truncados al tercer decimal.

Parámetro	Valor [μm]
Wire	24
Gap	19
GHat	27
Long	390
Hat	107

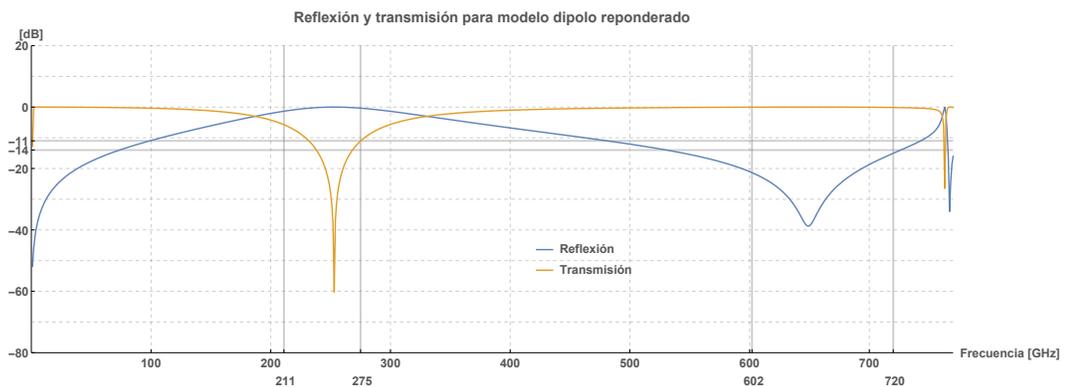


Figura 3.2: Transmisión y Reflexión para el modelo optimizado modificado.

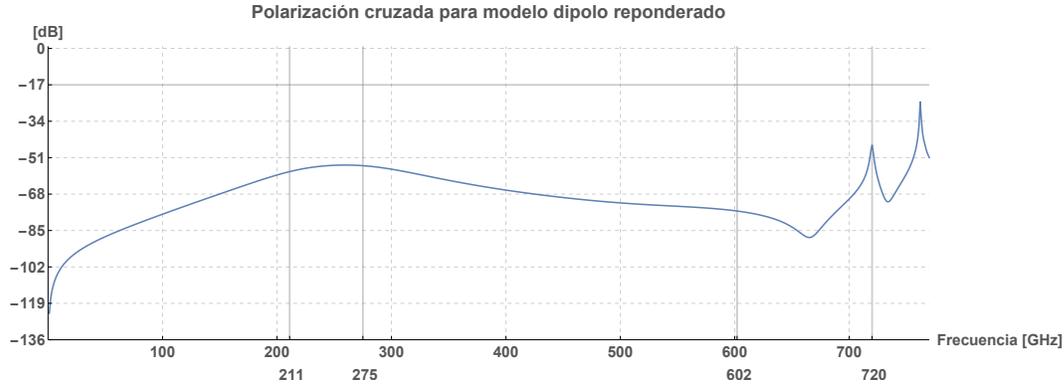


Figura 3.3: Polarización cruzada para el modelo optimizado modificado.

El uso del modelo en una implementación real requiere el empleo de un dieléctrico y una superficie conductora con espesor distinto de cero. Para hacer uso de este modelo se debería partir de los valores ya obtenidos para una nueva optimización con las características adicionales. La necesidad de una nueva optimización ya que los desplazamientos en frecuencia dependen fuertemente del espesor del dieléctrico en estructuras tipo dipolo.

3.1.2. Cruz de Jerusalén versión ranurada

Otra opción de estructura es la cruz de Jerusalén en versión ranurada. Esta elección tendría como principal ventaja la simplificación de la etapa constructiva, al mismo tiempo que podría liberar del uso de un material dieléctrico para el soporte, que como hemos visto, desplaza las frecuencias de máxima reflexión y transmisión hacia menores frecuencias. El uso de la versión ranurada también tiene la facilidad de aprovechar la superficie complementaria de las estructuras en versión dipolo estudiadas en la sección anterior.

Según el comportamiento en frecuencia de las cruces de Jerusalén aparecen dos opciones:

- Forzar que el primer mínimo de transmisión (f_R), de la versión dipolo, esté en 661 GHz (Banda 9) y luego trabajar con el complemento, es decir, transformar esa frecuencia en una frecuencia de máxima transmisión. Esta opción deja la Banda 6 con una pendiente positiva en la transmisión sin posibilidad de establecer un punto óptimo de máxima reflexión en la banda.
- Trabajar con el primer punto de máxima transmisión f_T y el segundo mínimo de transmisión, generando en la versión ranurada una frecuencia de máxima reflexión seguida de una frecuencia de máxima transmisión. Los cambios en la dimensiones serían menos abruptos que en la primera opción respecto a la versión dipolo pero la sensibilidad al ángulo de incidencia se convierte en un tema, pues de acuerdo al comportamiento general, ilustrado en la figura 1.27, esta dependencia es más importante alrededor del segundo mínimo de transmisión.

Parece razonable explorar la primera opción, pues además permite manipular el desplazamiento de una sola frecuencia de máxima transmisión.

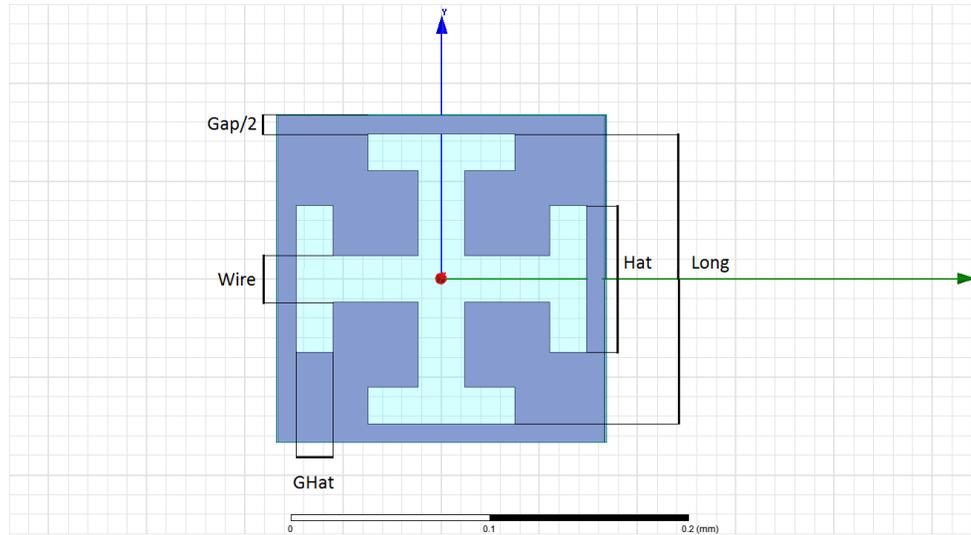


Figura 3.4: Parámetros empleados en la versión Slot de la Cruz de Jerusalén.

Para el modelo ranurado elegido los valores cota son:

Tabla 3.5: Valores cota para la optimización de parámetros de la versión Slot sin espesor.

Parámetro	Cotas [μm]
Wire	15-45
Gap	15-40
GHat	10-35
Long	100-220
Hat	50-150

Optimizando una serie de veces partiendo desde distintos valores semilla, usando las condiciones de las ecuaciones 2.3 y 2.4 se encuentran dos valores óptimos principales, con similares desempeños. Las curvas de reflexión y transmisión de estos dos modelos se muestran en la figuras 3.6 y 3.5.

Tabla 3.6: Valores optimizados aproximados al μm .

Parámetro	Valor óptimo 1 [μm]	Valor óptimo 2 [μm]
Wire	25	25
Gap	20	20
GHat	19	20
Long	152	195
Hat	75	45

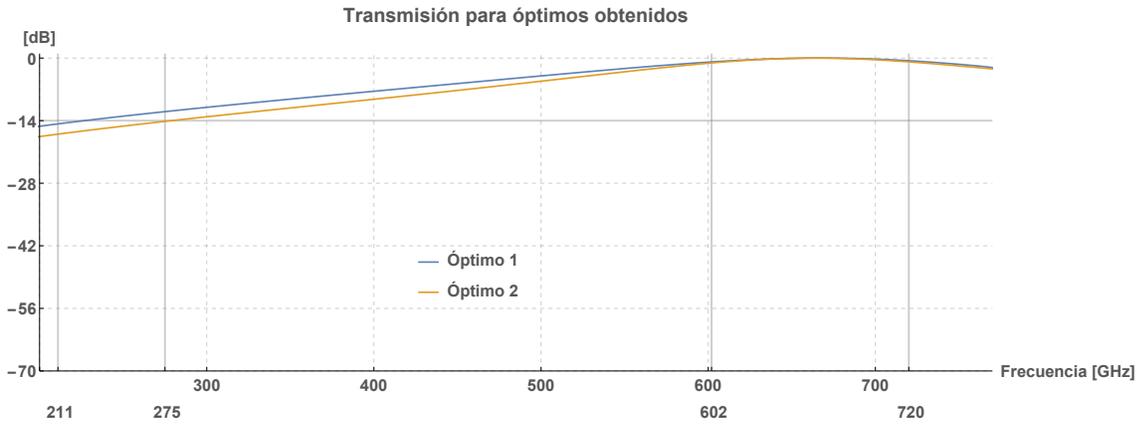


Figura 3.5: Transmisión para los dos óptimos obtenidos.

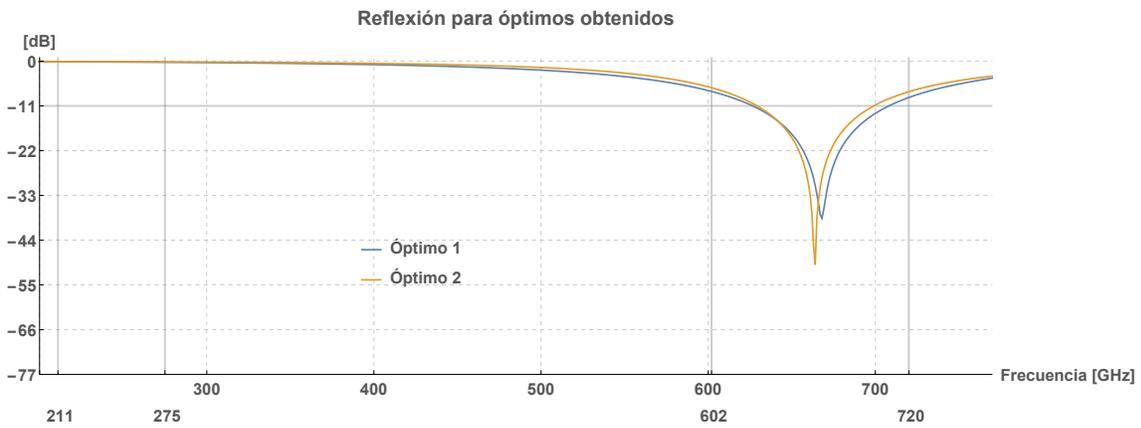


Figura 3.6: Reflexión para los dos óptimos obtenidos.

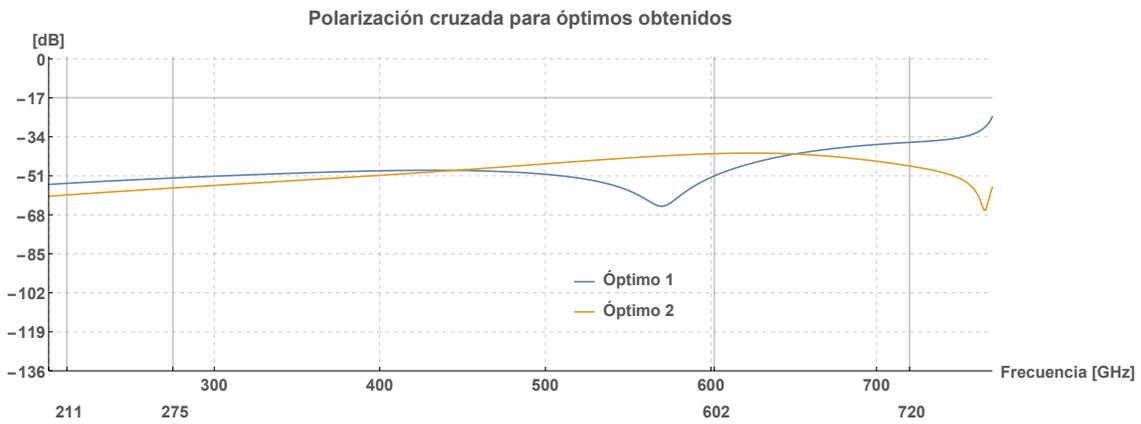


Figura 3.7: Polarización para los dos óptimos obtenidos.

3.2. Modelo propuesto

Para la presentación de un modelo realista se debe considerar espesor de la lámina conductora con un material de conductividad real y bordes no perfectamente rectos. Mientras mayor es el espesor comparado con las longitudes de onda, mayor es su influencia en las propiedades de transmisión, sobre todo cuando se establece un ángulo de incidencia. La mayor frecuencia de interés es 720 GHz, que equivale a una longitud de onda aproximada de $400 \mu m$. Las primeras simulaciones se realizan con espesor despreciable y condición de campo E perfecto, es decir tangencial a la superficie, como es propio de conductores ideales. Luego se establece un espesor de acuerdo a espesores típicos de hojas metálicas. Para tener una noción las láminas de aluminio de uso doméstico tienen un espesor que va entre 10 y $25 \mu m$. El espesor si bien marca una diferencia, se comprueba que esta no afecta mayormente las propiedades del modelo. Los modelos a optimizar se harán sobre la base de un espesor de $30 \mu m$ en una superficie de cobre.

La relación entre las frecuencias de reflexión y transmisión es aproximadamente $f_T/f_R = 2,69$ para los requerimientos originales. Si bien estas frecuencias centrales se pueden obtener, no se consiguen anchos de banda tan extensos como el planteado para la Banda 9. Una posterior indicación, en el contexto del proyecto de observaciones duales que motiva este proyecto, permite relajar la condición para Banda 9 a un subconjunto entre 650 y 720 GHz.

Modelo con espesor

Cuando se incorpora un espesor de $30 \mu m$ y material cobre aparecen dos óptimos locales principales de similar desempeño. Los nuevos óptimos son mostrados en la tabla 3.7.

Al contrastar sus curvas de transmisión y reflexión estos modelos presentan desempeños similares. Sin embargo, cuando se toma en cuenta la sensibilidad a las variaciones de longitud, el desempeño es algo mejor para el primer óptimo (tomando en cuenta la reflexión más alta en la Banda 9). Es importante considerar la factibilidad constructiva en las instalaciones del laboratorio de Ondas milimétricas. Las características de precisión del equipamiento LPKF se muestran en la tabla 3.8.

Tabla 3.7: Parámetros aproximados de versión ranurada optimizada, con espesor $30 \mu m$.

Parámetro	Valor óptimo 1 [μm]	Valor óptimo 2 [μm]
Wire	15	25
Gap	15	20
GHat	15	20
Long	150	199
Hat	60	40

Tabla 3.8: Especificaciones técnicas del equipamiento LPKF Protolaser S.

Laser spot diameter in focus position	$23 \mu m$
Mínimum line/ space	$75 \mu m / 25 \mu m$
Accuracy	$\pm 1.98 \mu m$

La respuesta ante variaciones de $1 \mu\text{m}$ alrededor de los parámetros de los óptimos 1 y 2 es mostrada en las figuras 3.8 y 3.9. Se focaliza en la curva de reflexión en el subconjunto de Banda 9 entre 650 y 720 GHz.

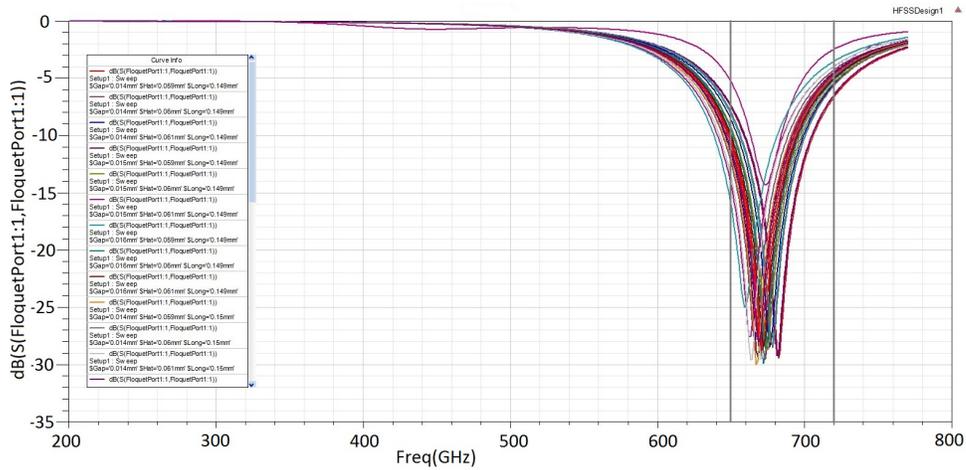


Figura 3.8: Reflexión del primer óptimo con espesor obtenido bajo variaciones de $1 \mu\text{m}$ desde los parámetros del óptimo 1.

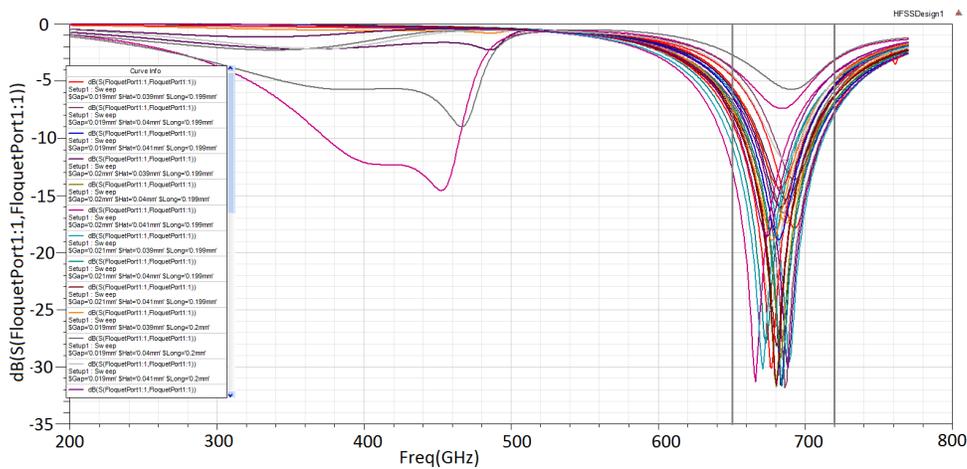


Figura 3.9: Reflexión del segundo óptimo con espesor obtenido bajo variaciones de $1 \mu\text{m}$ desde los parámetros del óptimo 2.

Tomando en cuenta los anchos de pista mayores, con más posibilidad de ser alcanzables constructivamente, se da preferencia al segundo óptimo. La eficiencia de este modelo con valor de «Long»=0.200 mm es 99.2 % en la Banda 6 y 73.8 % en el subconjunto de la Banda 9 entre 650 GHz y 720 GHz. Una eficiencia de 96 % se tiene entre 663 GHz y 700 GHz.

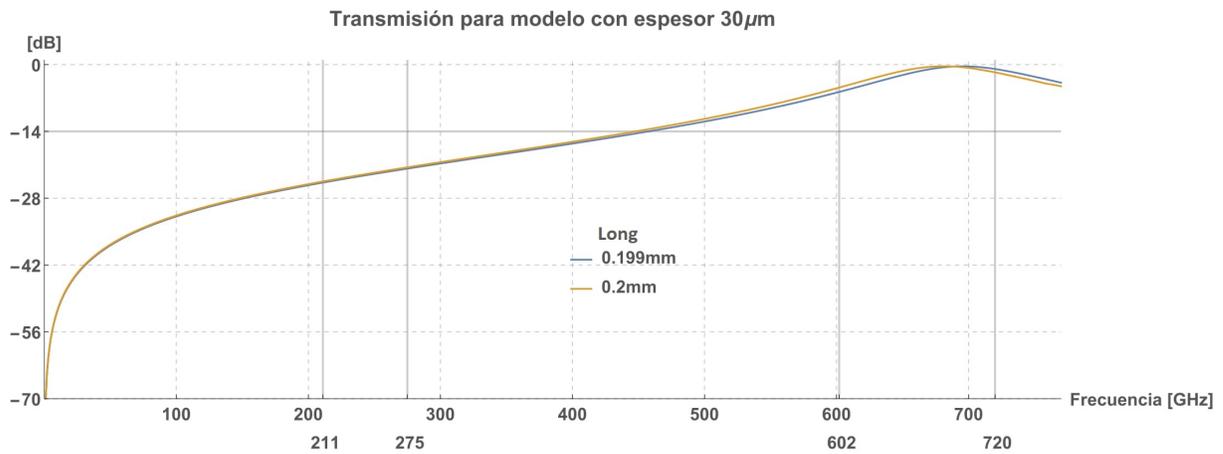


Figura 3.10: Transmisión para la versión Slot Optimizada (óptimo 2) con espesor $30\mu m$, con variación de la variable «Long» para redefinir su valor en 0.200 mm

Bordes no perfectamente rectos

Se testea el modelo con bordes redondeados de la Figura 3.11. Se define un radio de curvatura, «Rad», para simular la influencia de contornos exteriores no perfectamente rectos debidos a la técnica de corte de la cortadora láser. Esta es una nueva variable para las simulaciones, que se traduce en los gráficos de las Figuras 3.27-3.31.

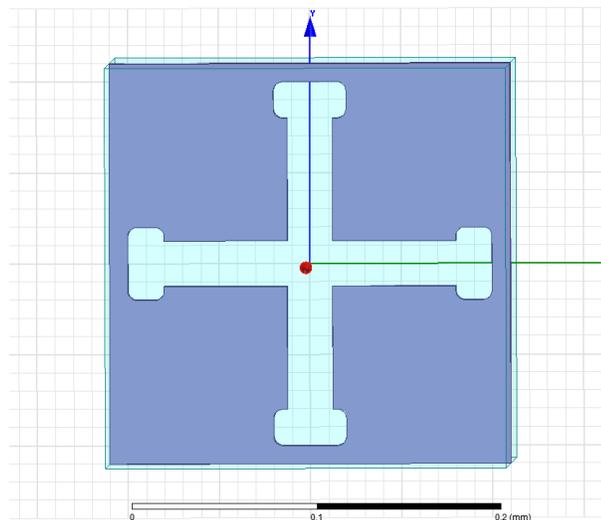


Figura 3.11: Modelo de Cruz de Jerusalén con contornos exteriores redondeados.

Extensiones de «Hat» muy pequeñas (comparadas con «Wire») usualmente implican grandes desventajas debido a la aparición de resonancias con frecuencias demasiado cercanas, es decir un máximo seguido de un mínimo. Se comprobó que largos de brazo, «Hat», menores que $30\mu m$ dificultan las simulaciones al punto de no arrojar resultados para una de las polarizaciones. Se asume que la causa de ello es la recién mencionada.

La transmisión para diferentes radios de curvatura en bordes («Rad») es mostrada en la Figura 3.12. El Radio de curvatura en bordes depende de los parámetros de construcción (por

ejemplo de la potencia del láser). Se espera que los valores de «Rad» se encuentren entre 7 y 9 μm . La reflexión porcentual en la Banda 6 es mostrada en la figura 3.13 para los diferentes radios de curvatura probados. La eficiencia es la mínima reflexión porcentual en el rango, sobre 99 % en este caso.

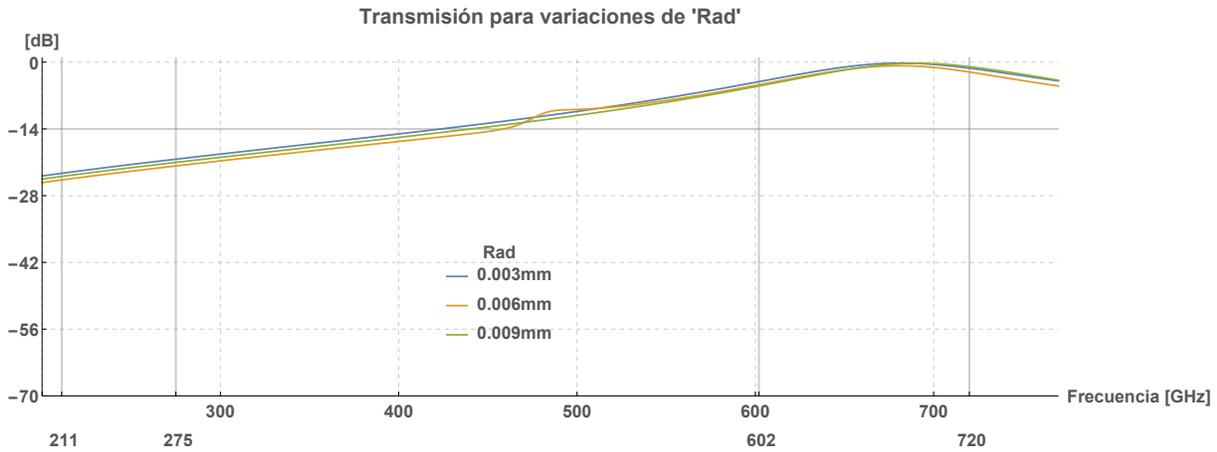


Figura 3.12: Transmisión para distintos valores de «Rad»

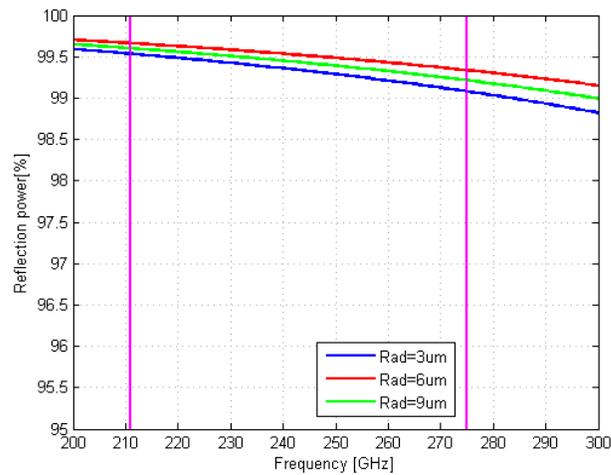


Figura 3.13: Potencia reflejada porcentual para diferentes valores de «Rad».

La reflexión para diferentes radios de curvatura en bordes es mostrada en la Figura 3.14. La transmisión porcentual equivalente para Banda 9 es mostrada en la figura 3.15. Es importante notar que el subconjunto de la Banda 9 entre 650 y 720 GHz tiene una eficiencia de transmisión entre 70 y 80 %, siendo mayor cuando el radio de curvatura es pequeño.

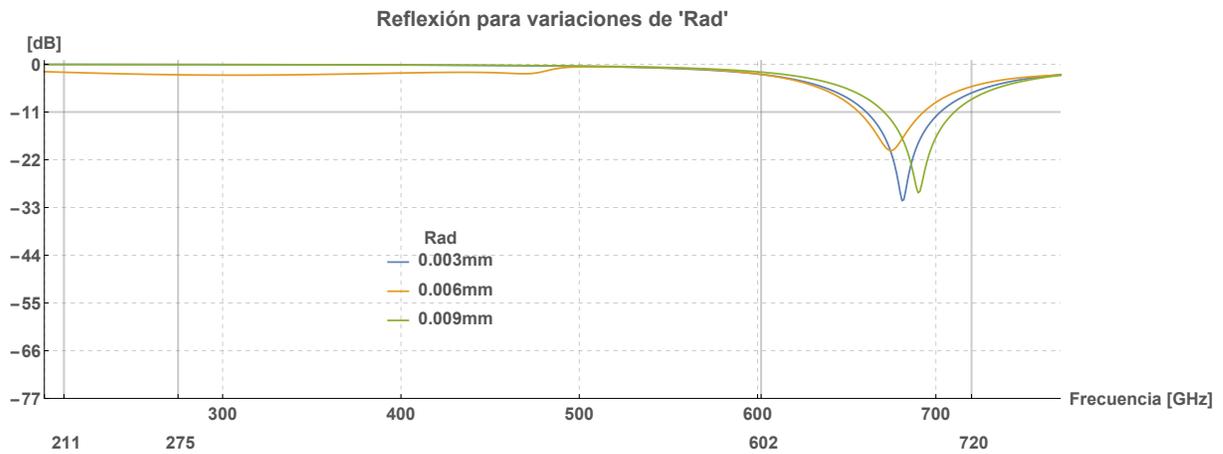


Figura 3.14: Reflexión para diferentes valores de «Rad».

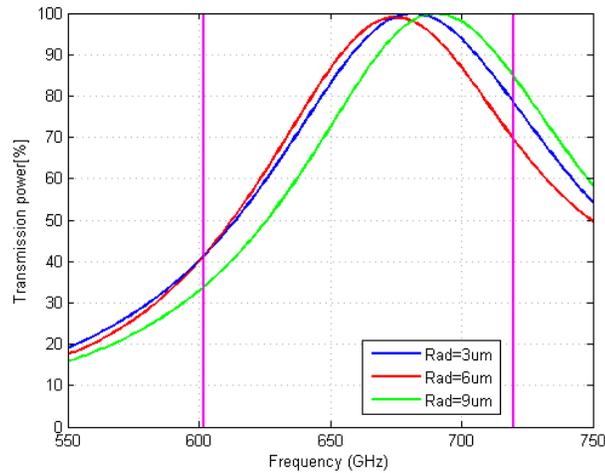


Figura 3.15: Porcentaje de Potencia transmitida en Banda 9, para diferentes valores de «Rad»

La polarización cruzada con distintos radios de curvatura es mostrada en la figura 3.16. Si bien la polarización cruzada está típicamente bajo la cota de los -17 dB, una importante variación que sobrepasa ese límite es vista cuando «Rad» toma valores cercanos a $6 \mu m$, esto indica la necesidad de explorar los valores cercanos a este, lo cual se muestra en la Figura 3.17. Podría esperarse que el radio de curvatura esté en un rango en que no se entre en conflicto con esta condición, sin embargo no se puede asegurar esto con certeza.

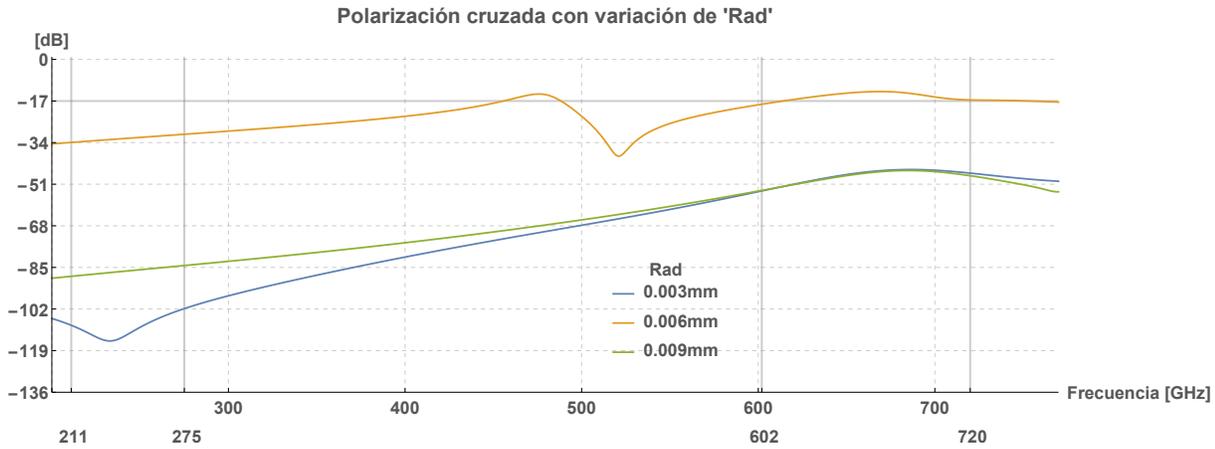


Figura 3.16: Polarización cruzada para distintos valores de «Rad».

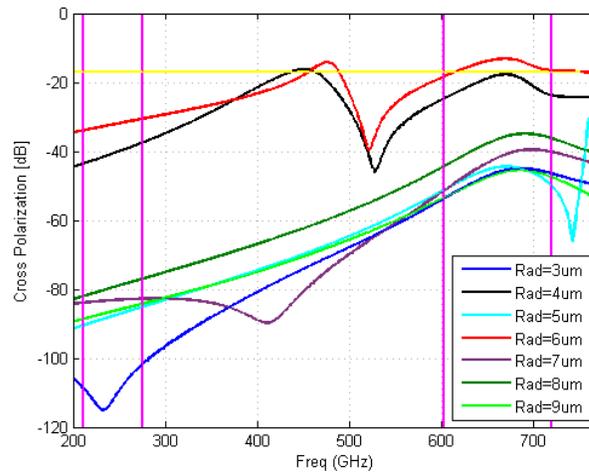


Figura 3.17: Polarización cruzada para un refinamiento en «Rad».

Una alternativa que surge de este planteamiento es redibujar el modelo considerando de antemano que existirá una curvatura y que bajo la anticipación a este hecho los bordes pueden tener curvaturas pequeñas que no entren en conflicto con los requerimientos del modelo.

Prueba de construcción

Haciendo uso del equipamiento LPKF se prueba la realización del patrón en una lámina de cobre de $25 \mu m$ de espesor. Para realizar este modelo se crea un modelo en Top solid y se exporta a una extensión .step para emplearlo en el software LPKF Circuit Pro.

Las simulaciones muestran que reducir el ancho de la lámina, desde $30 \mu m$ a $25 \mu m$ reduce la frecuencia de resonancia en algunos GigaHertz. Compensar este desplazamiento mediante la variación de los parámetros «Hat » y la longitud «Long» parece una alternativa factible, la extensión límite de «Hat» implica que la manipulación aislada del parámetro «Long».

El ancho promedio de ranurado mínimo obtenido en las pruebas de construcción es de

15 μm , con una variación típica de $\pm 4 \mu m$ lo que posibilita la construcción del óptimo 1 (tabla 3.7), descartado por inspección de las especificaciones de la máquina. Esta aparente discordancia tiene su explicación en que las especificaciones tienen contemplado el uso de placas rígidas para circuitos impresos y no láminas conductoras.

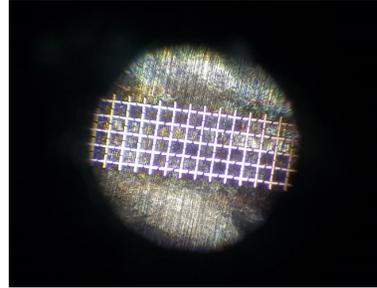


Figura 3.18: Imagen al microscopio de superficie construida en pruebas.

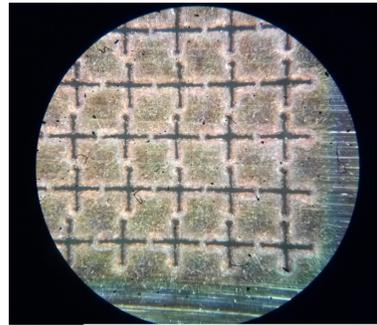


Figura 3.19: Imagen al microscopio de una segunda superficie en cruz construida.

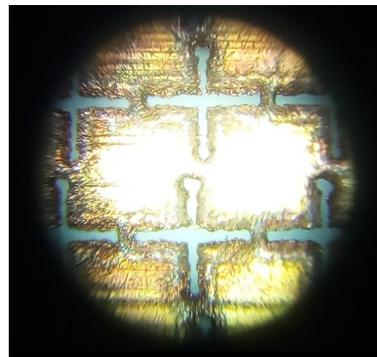


Figura 3.20: Imagen al microscopio de superficie en cruz obtenida en pruebas.

Conclusión

Las Cruces de Jerusalén son una alternativa eficiente para separación de banda. Tienen numerosas ventajas relativas a su estabilidad con respecto al ángulo de incidencia y baja polarización cruzada. Presentan por lo menos tres resonancias características que se observan en incidencia normal, que pueden ser ajustadas para obtener mínimos o máximos de transmisión. Los modelos tipo pasa banda-rechaza banda que son comúnmente usados tienen frecuencias características en una razón que se encuentra entre 1 y 1.5, sin embargo su uso no está restringido a ese rango y puede ser usado en razones superiores.

El principio de Babinet permite asegurar que la curva de transmisión de una superficie selectiva en frecuencia será la curva de reflexión de su estructura complementaria. Esta propiedad sirve para enfocarse en el modelo de más simple resolución entre ambos y para ampliar las alternativas inmediatas de diseño cuando se tiene estructuras con comportamiento afín al que se quiere obtener. Usando el principio de Babinet sobre la cruz de Jerusalén en versión dipolo se genera una alternativa para cumplir parcialmente los requerimientos impuestos en este trabajo. Esta opción posee numerosas ventajas en cuanto a las variaciones de desempeño mínimas con el ángulo de incidencia en todo el rango deseado y la posibilidad de cumplir ampliamente con la eficiencia perseguida en la Banda 6.

La analogía con la respuesta de líneas de transmisión a distintas frecuencias permite anticiparse al efecto de variables geométricas sobre los desplazamientos de frecuencias críticas. Es así como, por ejemplo, menores separaciones entre conductores (gap), se asocian a mayores capacitancias y, por lo tanto, menores frecuencias de resonancia. En el modelo tipo cruz de Jerusalén, en particular, mayores terminaciones de brazo, «Hat», se asocian también a mayores capacitancias, aunque esta tendencia no se cumple estrictamente en todos los casos. El parámetro que guarda un papel más determinante en las frecuencias críticas de la cruz de Jerusalén es la razón entre la terminación del brazo y la longitud del filamento mayor, «Hat»/«Long». Una tendencia lineal se obtiene al comparar el ancho de banda normalizado (BW/f_R) de la primera frecuencia de resonancia variando la razón entre la terminación del brazo y la extensión de la celda, «Hat»/(«Long»+«Gap»).

Los modelos explorados son cruces de Jerusalén con cinco parámetros geométricos ajustables. La búsqueda de óptimos en la versión dipolo y en la versión ranurada sin espesor arroja los valores mostrados en la tabla 3.9.

Tabla 3.9: Valores óptimos (aproximados al μm) para espesor despreciable.

Versión	Dipolo	Ranurada	Ranurada
Parámetro	Valor óptimo [μm]	Valor óptimo 1 [μm]	Valor óptimo 2 [μm]
Wire	24	25	25
Gap	19	20	20
GHat	27	19	20
Long	390	152	195
Hat	107	75	45
Eficiencia B6	76.5 %	93.3 %	96.0 %
Eficiencia B9	94.7 %	82.21	78.12

Considerando la pérdida de eficiencia al introducir un dieléctrico de soporte en el modelo dipolo y la simplificación constructiva de emplear láminas conductoras, el modelo diseñado es una cruz de Jerusalén en versión ranurada. Los dos óptimos encontrados con espesor $30\mu m$ (tabla 3.10) tienen similar desempeño y presentan una sola resonancia (punto de máxima transmisión) en la frecuencia central del subconjunto deseado de Banda 9. Ambos modelos ranurados presentan comportamiento monótono hacia menores frecuencias. Incluso contando con la ausencia de un mínimo de transmisión en Banda 6, característica deseable, se observa que la condición de eficiencia es ampliamente cumplida para ambos óptimos en este rango (eficiencia esperada de 99 %). Por otra parte se presenta dificultad para lograr el ancho de banda deseado alrededor del máximo de transmisión de la Banda 9. El óptimo con mayor posibilidad de ser alcanzado constructivamente consigue escasamente un 40 % de eficiencia en la Banda 9. Sin embargo, en el subconjunto de interés, entre 650 y 720 GHz la eficiencia esperada es superior al 70 % y una eficiencia de 92 % se tiene entre 660 y 700 GHz. Al verificar la sensibilidad a variaciones de los parámetros resulta conveniente cambiar hacia el uso del primer óptimo de versión ranurada, menos sensible a estas variaciones, que aparecerán en el proceso constructivo. Pruebas de fabricación empleando el equipamiento del Laboratorio de Ondas Milimétricas muestran la posibilidad de construir este primer modelo óptimo ranurado, cuyo ancho de rendija está el límite de la capacidad de la máquina.

Tabla 3.10: Valores óptimos versión ranurada con espesor $30\mu m$.

Parámetro	Valor óptimo 1 [μm]	Valor óptimo 2 [μm]
Wire	15	25
Gap	15	20
GHat	15	20
Long	150	199
Hat	60	40

Modelos con gran flexibilidad en el cumplimiento de requerimientos de ancho de banda son construidos en base a modelos de tipo anillo [29][30], las cuales requieren una capa dieléctrica como soporte de la capa conductora. El modelo propuesto presenta una clara simplificación, requiriendo como material de construcción solo una lámina delgada de cobre. Mejores resultados con el empleo de esta técnica de diseño, empleando cruces de Jerusalén, se esperan cuando la segunda frecuencia crítica es un múltiplo menor de la primera.

Bibliografía

- [1] P.H. Siegel (2002), *Terahertz Technology*. IEEE Transactions on microwave theory and techniques, Vol. 50, No. 3, March 2002.
- [2] D. Montofré (2016), *Design of an optical beam combiner for dual band observation*.
- [3] J.C. Zhang, Y.Z. Yin, J.P. Ma(2009), *Design of narrow band-pass frequency selective surfaces for millimeter wave applications*. Progress In Electromagnetics Research, PIER 96, 287-298, 2009.
- [4] Shen Qiao et al (2016), *Multiband Frequency-Selective Surface With Five Resonance Peaks in Terahertz Band*. IEEE Transactions on microwave theory and techniques, Vol. 6, No. 2, March 2016.
- [5] link: <https://almascience.eso.org/about-alma/atmosphere-model> .
- [6] Goldsmith. P(1998), *Quasioptical Systems*, Editorial Board.
- [7] D. Miller(1991), *Huygens's wave propagation principle corrected*. Optics letters, Vol 16 No. 18
- [8] D. Griffiths(1999), *Introduction to Electrodynamics, 3rd edition*. Editorial Prentice Hall.
- [9] G. J. Simonis, J.P. Sattler, T.L. Worchesky, and R.P. Leavitt(1984), *Characterization of near-millimeter wave materials by means of non-dispersive Fourier transform spectroscopy*. International Journal Infrared Millimeter Waves, Vol. 5, pp. 57-72.
- [10] M.Carter, A.Barishev, M.Harman(2007), *ALMA Front-end Optics Design Report*. Proceedings, Vol 5489, Ground-based telescopes.
- [11] link: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/phyopt/fraungeo.html> .
- [12] I. Anderson(1975), *On the Theory of Self-Resonant Grids*. The Bell System Technical Journal Vol. 54, No 10.
- [13] G.A. Deschamps (1969), *Ray techniques in electromagnetics*. Proceedings of the IEEE, Vol. 60, No. 9, pp.1687-1693.
- [14] K. Elis , A. Chabory t, J. Sokoloff , S. Bolioli (2011), *2D interaction of a Gaussian*

Beam with a dichroic surface for the modeling of quasi-optical systems .

- [15] E. Torabi and A. Yahaghi (2016), *A Tunable Broadband Terahertz Absorber Based on Graphene Frequency Selective Surfaces*. 24th Iranian conference on electrical engineering (ICEE).
- [16] B.A. Munk (2000), *Frequency Selective Surfaces, Theory and design*, Editorial John Wiley & sons, inc.
- [17] C.A. Balanis(2016), *Antenna Theory, Analysis and design, 4rd edition*. Editorial Wiley.
- [18] D. A. Palma, W. C. Wong(1986), *Broadband frequency selective Surface*.
- [19] De Song Wang, Bao Jie Chen and Chi Hou Chan(2016), *High-Selectivity Bandpass Frequency-Selective Surface in Terahertz Band*. IEEE transactions on Terahertz science and technology, Vol.6 ,No.2.
- [20] M. Pasian, M. Bozzi and L. Perregrini(2013), *Accurate Modeling of Dichroic Mirrors in Beam-Waveguide Antennas*. IEEE transactions on Antennas and propagation, Vol.61 ,No.4. April 2013.
- [21] E.A. Parker, S.M.A. Hamdy, R.J. Langley(1983), *Modes of resonance of the Jerusalem cross in frequency-selective surfaces*.
- [22] R.J. Langley, A.J. Drinkwater(1982), *Improved empirical model for the Jerusalem cross*.
- [23] M. Bozzi (2000), *Electromagnetic Modeling of quasi-Optical Filters and Frequency Multipliers*. Editorial John Wiley & sons, inc.
- [24] M. Bozzi, L Perregrini, J Weizierl and Winnewisser (1999), *Analysis of Frequency Selective Surfaces For Quasioptical Applications*. SPIE vol 3795.
- [25] J.-C. Zhang, Y.-Z. Yin, and J.-P. Ma(2009), *Design of narrow band-pass frequency selective surfaces for millimeter wave applications*. Progress In Electromagnetics Research, PIER 96, 287-298, 2009.
- [26] Jordi Romeu and Yahya Rahmat-Samii (2000), *Fractal FSS: A Novel Dual-Band Frequency Selective Surface*.
- [27] Suhair M. Mahmood and Tayeb A. Denidni (2016), *Pattern-Reconfigurable Antenna Using a Switchable Frequency Selective Surface With Improved Bandwidth*. IEEE antennas and wireless propagation letters, Vol. 15, 2016.
- [28] H. Aristizábal (2016), *Algoritmo de electromagnetismo computacional basado en el método de los momentos*.
- [29] R. Dickie et al (2009), *Submillimeter Wave Frequency Selective Surface With Polarization Independent Spectral Responses*. IEEE transactions on antennas and propagation, Vol. 57, No. 7, July 2009.

- [30] MR. Chaharmir. J Ethier (2016), *Design of dual band 13/24 GHz Frequency Selective Surface Using Mended loop Elements.*
- [31] link: https://www.encyclopediaofmath.org/index.php/Floquet_theory.