Control 2
AS3101-1 2021B

Tiempo: **2 h**

Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Los cambios de unidades deben hacerse explícitamente en la prueba. Puede usar bibliografía & internet, pero no conversar del control, ni tampoco por WhatsApp.

Datos útiles: $c = 2{,}99\,10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, $h = 6{,}62\,10^{-34}\,\mathrm{J\,s^{-}1}$, $k = 1{,}38\,10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$, $\sigma = 5{,}67\,10^{-8}\,\mathrm{W\,K^{-4}\,m^{-2}}$, $m_p = 1{,}67\,10^{-27}\,\mathrm{kg}$, $m_e = 9{,}1\,10^{-31}\,\mathrm{kg}$, $L_\odot = 3{,}8\,10^{26}\mathrm{W}$, $M_\odot = 1{,}98\,10^{30}\,\mathrm{kg}$, $G = 6{,}67\,10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$.

I Rango de masas estelares `(8.0 pt)`

1. `(3.0 pt)` Queremos estimar la masa inferior para que una esfera auto-gravitante de masa $M_\star$ alcance temperaturas del orden de 10^7 K en su centro, suficiente para la fusión de hidrógeno.

   a) Describa la contracción gravitacional hidrostática de un gas ideal esférico de masa $M_\star$, y explique porque conduce a una temperatura promedio $T_I \propto \frac{1}{R_\star}$. Explique porque la contracción estelar es inevitable y discuta la eventual ocurrencia de la fusión de hidrógeno.

   b) En realidad, cuando la longitud de onda de las partículas, $\lambda = h/p$, es comparable con la separación típica entre ellas, cobra importancia el principio de exclusión y domina la presión de gas degenerado. Escriba la densidad correspondiente en función de T_I y de la masa de las partículas.

   c) A medida que aumenta la densidad, ¿Qué partícula será la primera en ser degenerada?

   d) Escriba una expresión para la temperatura promedio máxima alcanzada en función de la masa $M_\star$.

   e) Dé el valor para la masa estelar mínima en masas solares.

2. `(3.0 pt)` Consideramos ahora el extremo superior de masas estelares. Primero consideramos la masa máxima para un corazón degenerado.

   a) Demuestre que:

   - Para un gas ideal clásico y Newtoniano, compuesto de partículas cuya energía cinética promedio es inferior a su energía en reposo ($\epsilon \ll mc^2$), $P = \frac{2}{3}\frac{E_K}{V}$, en que $E_K = \sum_{i=1}^{A} \epsilon N_i$ es la energía interna de la estrella (con A especies).
   - Para un gas ultra-relativista, con $\epsilon = pc \gg mc^2$, $P = \frac{1}{3}\frac{E_K}{V}$.

   b) Escriba la energía total de un gas ultra-relativista auto-gravitante y en equilibrio hidrostático, y explique porque el equilibrio hidrostático es inestable. ¿Qué sucede si el equilibrio es inestable?

   c) Si consideramos que el límite ultra-relativista ocurre cuando la energía cinética promedio es comparable con la energía en reposo, $\epsilon = mc^2$, escriba una expresión para la masa máxima de un corazón estelar sustentado por las mismas partículas degeneradas del Punto $1c$. Dé el valor correspondiente en masas solares.

3. `(2.0 pt)` Otro límite superior para la masa estelar proviene de la presión de radiación.

   a) Escriba una expresión para la aceleración g_R debida a la presión de radiación, en función de la opacidad del medio κ_ν, y plantee la ecuación de equilibrio hidrostático que compara g_R con la aceleración de gravedad g.

   b) En un plasma completamente ionizado, la opacidad dominante proviene de la dispersión de fotones por electrones (scattering de Thomson), con sección eficaz $\sigma_T \approx 6{,}6\,10^{-29}\,\mathrm{m^{-2}}$. ¿Cuál sería la temperatura superficial máxima de una estrella con gravedad superficial $\log_{10}(g/\mathrm{CGS}) = 4$?

   c) ¿A qué tipo de masas estelares corresponde esa temperatura superficial (use tablas o figuras en bibliografía)?