

Estrellas

Simón Casassus

Astronomía, Universidad de Chile

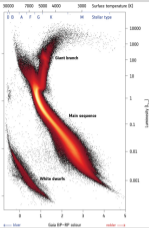
<http://www.das.uchile.cl/~simon>

- I Transfer Radiativo
- II Propiedades generales
- III Atmósferas estelares
- IV Interiores estelares
- V Evolución estelar

Part II

Propiedades generales

- 1 **Temperatura efectiva y magnitud**
- 2 **Clasificación espectral**
- 3 **Formación Estelar**



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

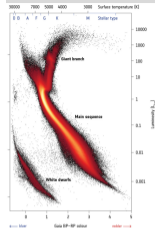
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

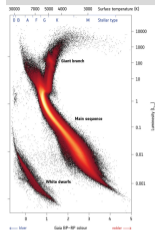
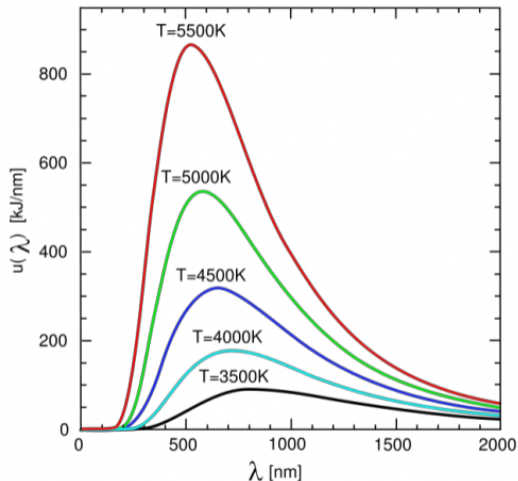
Contracción protoestelar

1- Temperatura efectiva

- La temperatura efectiva T_{eff} de una estrella con radio R_{\star} y luminosidad L_{\star} está dada por la temperatura del cuerpo negro equivalente, es decir :

$$T_{\text{eff}} = \left(\frac{L_{\star}}{4\pi R_{\star}^2 \sigma} \right)^{1/4} \quad (1)$$

- Por la ley de Wien, la longitud de onda típica donde una estrella emite el máximo de radiación corresponde al máximo del cuerpo negro asociado.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

- Líneas espectrales
- Tipos espectrales
- Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

- Contracción gravitacional
- Teorema del Virial
- Condiciones de colapso
- Contracción protoestelar

1- Magnitudes estelares

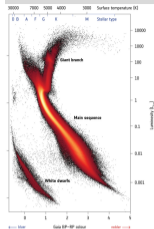
- La magnitud observada m^* de una estrella en una cierta longitud de onda λ es

$$m_{\lambda}^* \equiv -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_{\lambda}^*}{F_{\lambda}^{\text{Vega}}} \right), \quad (2)$$

donde $F_{\lambda}^{\text{Vega}}$ es la densidad de flujo observado para la estrella Vega (de manera que Vega tiene magnitud 0 en todo λ).

- La magnitud absoluta M^* de una estrella es la magnitud observada si la distancia a la estrella fuese de $d = 10$ pc, donde pc es 'parsec' y 1 pc corresponde a 3.26 años-luz, y es la distancia a la que una unidad astronómica subtende un ángulo de 1 segundo de arco (arcsec).
- Se puede ver fácilmente (tarea) que:

$$m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d}{10} \right). \quad (3)$$



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

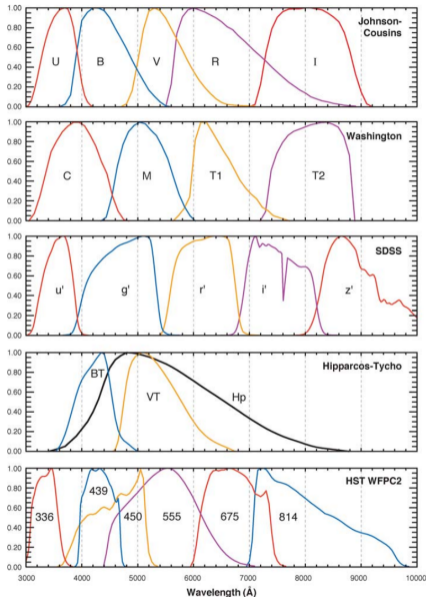
Contracción protoestelar

1- Magnitudes estelares

En la práctica, todas las mediciones de densidad de flujo y magnitudes tienen un cierto ‘ancho de banda’, dado por la función de transmisión del instrumento $T(\nu)$, con $0 \leq T(\nu) \leq 1$:

$$F_{\nu_o} = \int_0^{\infty} d\nu T(\nu) F_{\nu}, \quad (4)$$

y donde $\nu_o = \frac{\int_0^{\infty} d\nu \nu T(\nu)}{\int_0^{\infty} d\nu T(\nu)}$, y análogamente para λ .



Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

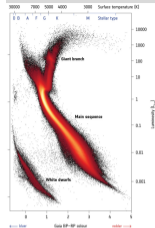
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

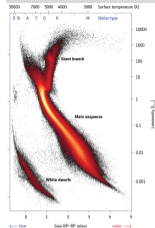
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

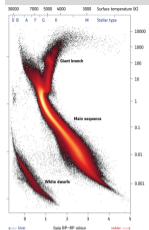
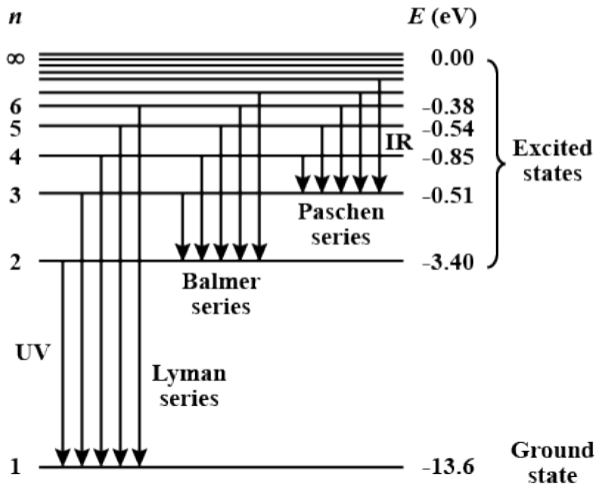
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

2.1- Líneas espectrales

- El transfer radiativo en la superficie estelar resulta en la formación de líneas que corresponden a los átomos, iones o moléculas que la constituyen.
- Por ejemplo, en el caso de hidrógeno las transiciones en el espectro visible corresponden a la 'serie de Balmer'.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

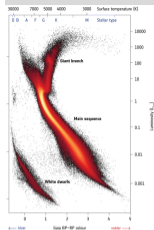
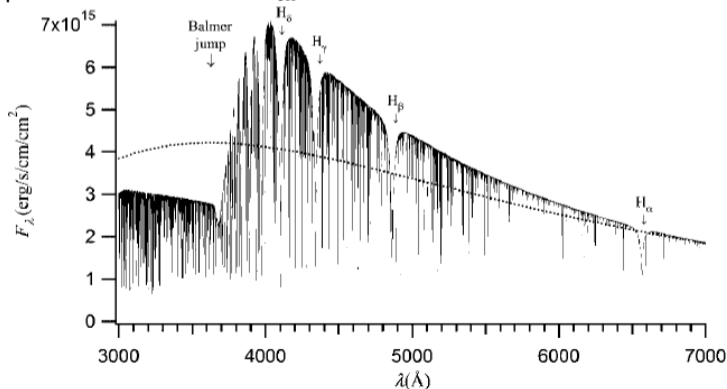
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

2.1- Líneas espectrales

- Integrando desde infinito hacia el centro estelar, la región de donde emerge la radiación estelar corresponde a una profundidad óptica $\tau_\lambda = 1$, lo cual define una superficie estelar llamada fotosfera' (y que depende de λ).
- El espectro observable de una estrella, es decir el espectro fotosférico, desvía notablemente del de un cuerpo negro, y es función de las opacidades de las especies presentes en su superficie.
- Ejemplo para una estrella con $T_{\text{eff}} = 8000 \text{ K}$:



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

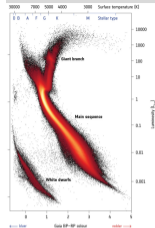
2.1- Líneas espectrales

- En primera aproximación, la intensidad emergente de la fotosfera corresponderá a radios más grandes, con temperaturas menores, si τ_λ es mayor.
- Esperamos entonces que, en general, las líneas espectrales estelares correspondan a líneas de absorción.
- Para una profundidad L ,

$$\tau_\lambda \sim Ln\sigma_{\lambda_0}\phi_\lambda, \quad (5)$$

donde ϕ_λ es el perfil (normalizado) de una línea con sección eficaz σ_{λ_0} causada por la transición en λ_0 de una especie con densidad de número n .

- En LTE, la abundancia de una especie está determinada por el equilibrio químico de las reacciones conducentes a su formación.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

2.1- Líneas espectrales

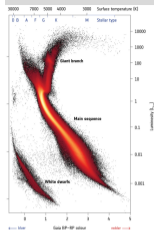
- Una reacción genérica entre especies $\{X_a\}$ se puede escribir en función de los coeficientes estequiométricos $\{\nu_a\}$,

$$\sum_{a=1}^A \nu_a X^a = 0, \quad (6)$$

donde A es el número total de especies en una reacción. Los coeficientes ν_a productos y reactantes tienen signo opuesto.

- A constante T y P , obtenemos las condiciones de equilibrio minimizando el potencial de Gibbs, $G = E - TS + PV = \sum_a \mu_a n_a$ (por unidad de volumen en este caso), donde los μ_a son los potenciales químicos de las especies X_a .
- Se llega a la Ley de Masa-Acción:

$$\sum_{a=1}^A \mu_a \nu_a = 0. \quad (7)$$



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

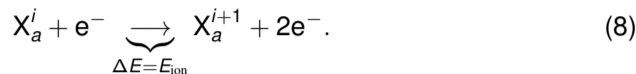
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

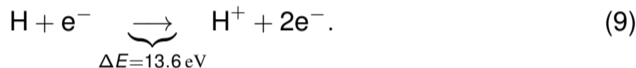
Contracción protoestelar

2.1- Líneas espectrales

- Para ionización colisional con electrones de un ion X_a^i ,



- Por ejemplo, para la ionización colisional de hidrógeno,

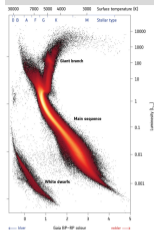


- Cómo el potencial químico de un gas ideal es proporcional a su concentración n , la Ley de Masa-Acción (Ec. 7) conduce a la 'Ecuación de Saha':

$$\frac{n_{i+1}}{n_i} = \frac{2}{n_e} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{Z_{i+1}}{Z_i} e^{-\frac{E_{\text{ion}}}{kT}}, \quad (10)$$

donde n_e es la densidad de electrones y los Z_i son las funciones particiones de cada especie,

$$Z_i = \sum_{n=1}^{\infty} g_n e^{-\frac{E_n}{kT}} \quad (11)$$



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral
Líneas espectrales

Tipos espectrales
Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

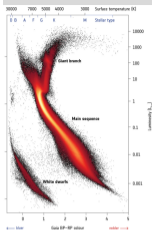
Contracción gravitacional
Teorema del Virial
Condiciones de colapso
Contracción protoestelar

2.1- Líneas espectrales

- Vemos entonces que la fracción de ionización de una especie, $n_{i+1}/(n_i + n_{i+1})$, aumenta con la temperatura.
- Por otro lado para generar una línea proveniente desde un nivel n , es necesario poblar ese nivel mediante colisiones con e^- . Según la estadística de Boltzmann:

$$\frac{n(X_a \text{ en nivel } n)}{n(X_a)} = g_n \frac{e^{-\frac{E_n}{kT}}}{Z_a}. \quad (12)$$

- Vemos que para generar una línea de hidrógeno en la parte visible del espectro, es decir una línea de Balmer que parte de $n = 2$, hay que lograr excitar el nivel $n = 2$ mediante colisiones, pero a la vez evitar ionizar completamente el hidrógeno.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

2.1- Líneas espectrales

- En resumen, las líneas de Balmer serán más pronunciadas en temperaturas de $\sim 10^4\text{K}$ (Figura 1).

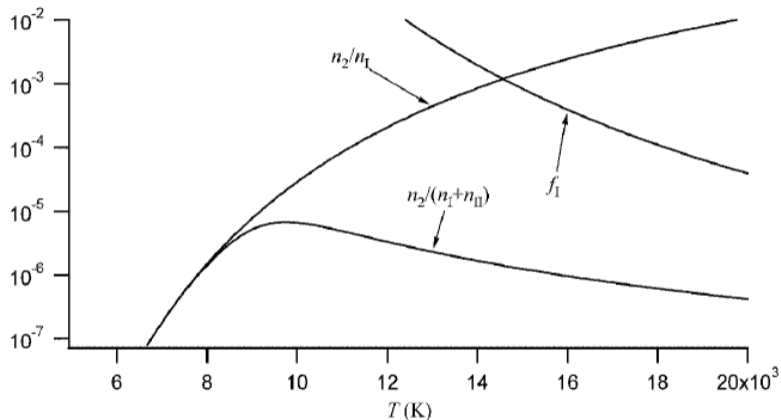
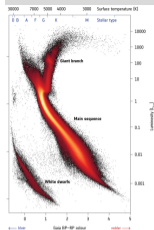


Figure: Competición entre la fracción de ionización de hidrógeno $f_I = n_I/(n_I + n_{II})$ y la fracción de hidrógeno en el nivel $n = 2$, n_2/n_I , en la abundancia de hidrógeno neutro en el nivel $n = 2$, $n_2/(n_I + n_{II})$. (figura reproducida de Leblanc) .



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

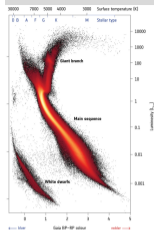
Contracción protoestelar

2.1- Líneas espectrales

- El análisis espectral permite entonces estimar la composición de las estrellas.
- Se suele comparar las abundancias de las especies en las fotosferas con la composición solar:

Element	$N_{\text{elem}}/N_{\text{tot}}$
H	9.097×10^{-1}
He	8.890×10^{-2}
O	7.742×10^{-4}
C	3.303×10^{-4}
Ne	1.119×10^{-4}
N	1.021×10^{-4}
Mg	3.458×10^{-5}
Si	3.228×10^{-5}
Fe	3.154×10^{-5}
S	1.475×10^{-5}

Abundancias solares, tabla resumen reproducida de Leblanc



[Temperatura efectiva y magnitud](#)

[Clasificación espectral](#)

[Líneas espectrales](#)

[Tipos espectrales](#)

[Diagrama de Hertzsprung-Russell](#)

[Formación Estelar](#)

[Contracción gravitacional](#)

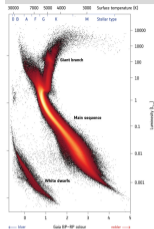
[Teorema del Virial](#)

[Condiciones de colapso](#)

[Contracción protoestelar](#)

2.1- Líneas espectrales

- Los elementos mas pesado que He se llaman 'metales'.
- Si X es la fracción de masa en H, Y la masa en He, y Z la masa en metales, tenemos $X + Y + Z = 1$.
- Para el Sol $X = 0.7346$, $Y = 0.2485$, $Z = 0.0169$.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

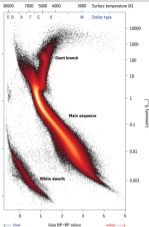
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

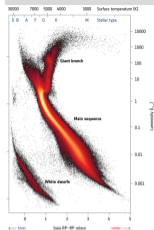
Contracción protoestelar

2.2- Tipos espectrales

- Las estrellas se clasifican según la fuerza de ciertas líneas en sus espectros, y esta clasificación se ordena según la temperatura efectiva correspondiente.

Spectral class	T_{eff}	Spectral characteristics	Colour	Example
O	>30 000 K	HeII strong, H faint, multiply-ionised metals strong	blue	λ Ori
B	10 000–30 000 K	HeI strong, H moderate	blue-white	Rigel
A	7 500–10 000 K	H lines at their maximum	white	Vega
F	6 000–7 500 K	Singly ionised metals strong, H moderate	white-yellow	Procyon
G	5 000–6 000 K	Singly ionised metals strong, H faint	yellow	Sun
K	3 500–5 000 K	Strong neutral and Singly ionised metals, H faint	orange	Arcturus
M	<3 500 K	Strong molecule bands (i.e. TiO), strong neutral metals, H very faint	red	Betelgeuse

(Tabla resumen reproducida de Leblanc)



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

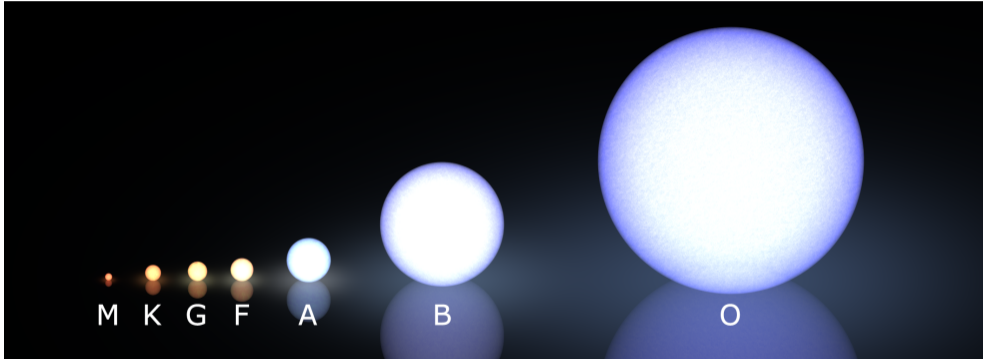
Contracción gravitacional

Teorema del Virial

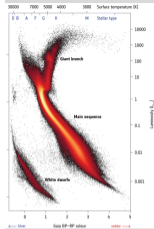
Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

2.2- Tipos espectrales



(Wikipedia)



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

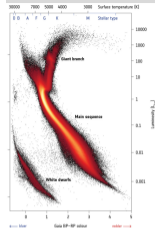
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

2.2- Tipos espectrales

- Cada clase espectral se divide en ~ 10 sub-clases, también ordenadas según T_{eff} .
- El Sol tiene tipo espectral G2.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

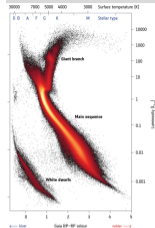
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

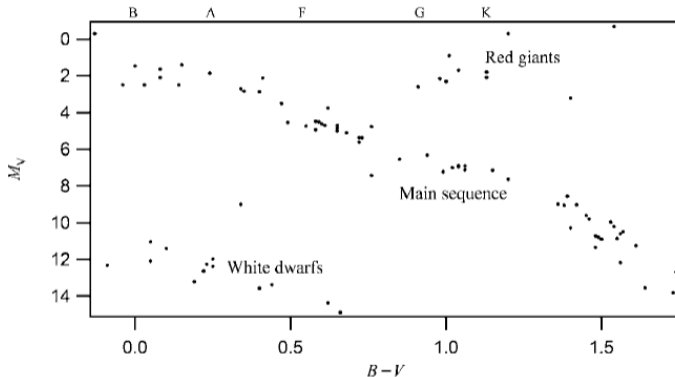
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

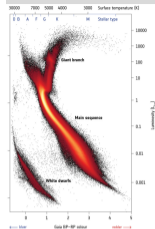
2.3- Diagrama de Hertzsprung-Russell

- Los colores y luminosidades de las estrellas son sorprendentemente ordenados, en especial cuando se grafican en un diagrama de 'Hertzsprung-Russell', o diagrama H-R.



(Figura reproducida de Leblanc)

- Históricamente el diagrama H-R reporta magnitud absoluta M_V en el eje y, y la diferencia de magnitudes aparentes $B - V$ en x. Las diferencias de magnitudes también se llama 'color' $B - V$.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

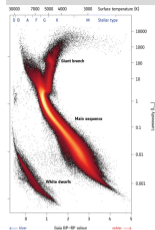
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

2.3- Diagrama de Hertzsprung-Russell

- Para un cuerpo negro, el color $m_1 - m_2$, o bien la razón de densidades de flujos F_1/F_2 , es una función monótona de T_{eff} .
- A su vez, para una T_{eff} , M_V es una función de la luminosidad bolométrica. Esto conduce a otras versiones del diagrama H-R.
- En el diagrama H-R las regiones donde se agrupan las estrellas se llaman 'clases de luminosidad'.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

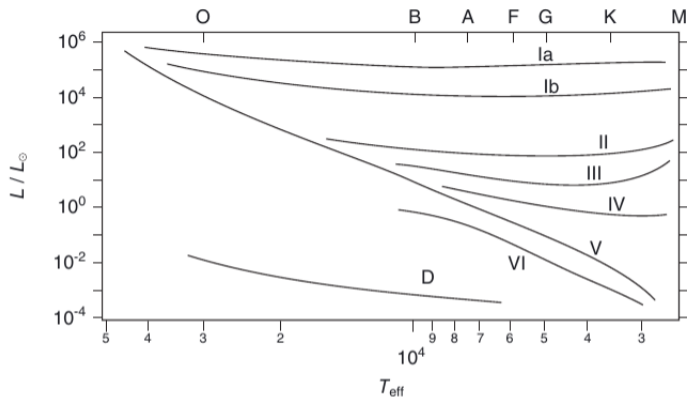
Contracción gravitacional

Teorema del Virial

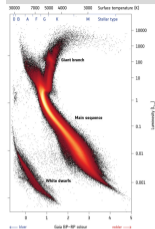
Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

2.3- Diagrama de Hertzsprung-Russell



Ia	Bright supergiants
Ib	Supergiants
II	Bright giants
III	Giants
IV	Subgiants
V	Main-sequence stars (or dwarfs)
VI (or sd)	Subdwarfs
D (or VII)	White dwarfs



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

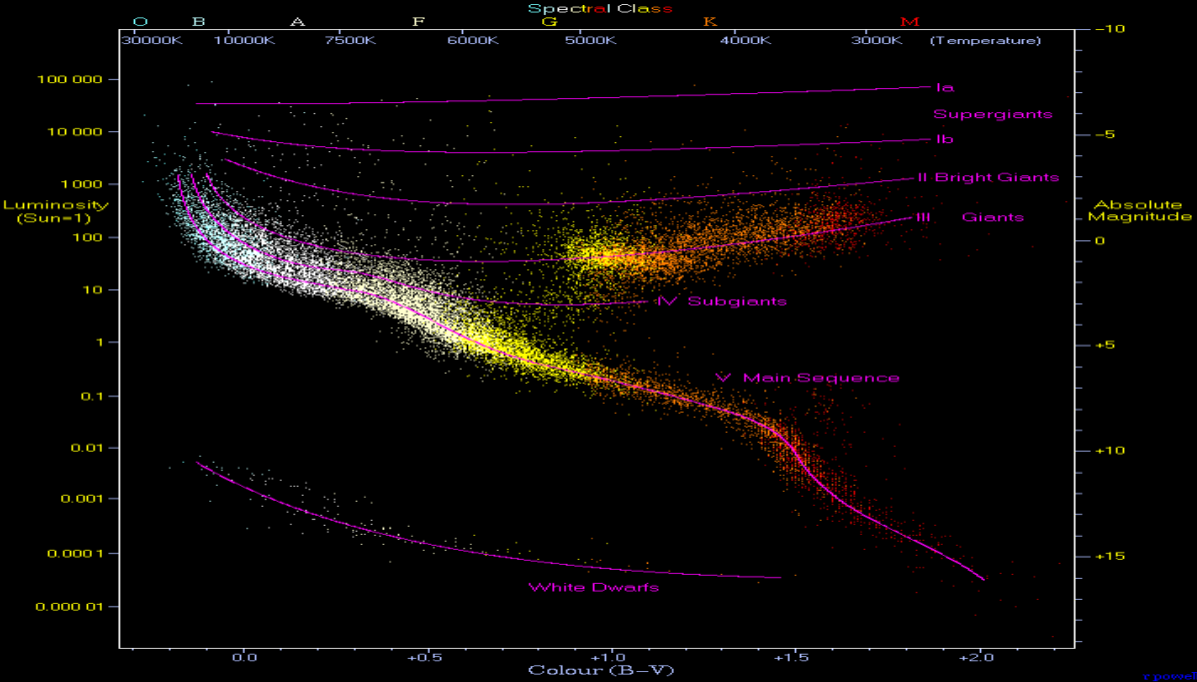
Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



2.3- Diagrama de Hertzsprung-Russell

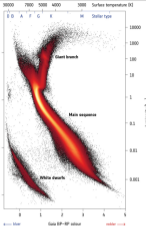
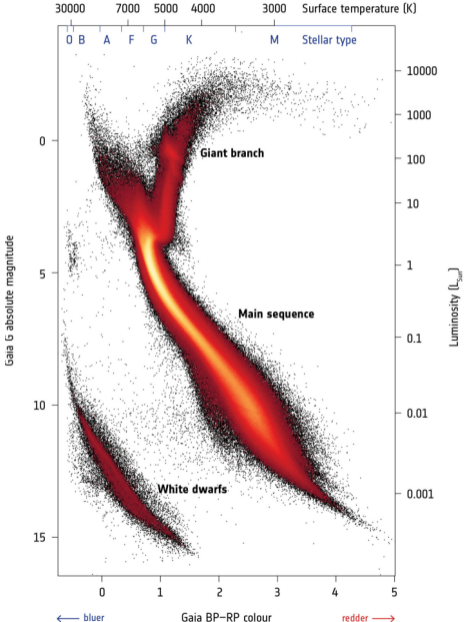


Diagrama H-R de la misión espacial *Gaia*:

- Temperatura efectiva y magnitud
- Clasificación espectral
 - Lineas espectrales
 - Tipos espectrales
 - Diagrama de Hertzsprung-Russell
- Formación Estelar
 - Contracción gravitacional
 - Teorema del Virial
 - Condiciones de colapso
 - Contracción protoestelar

Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

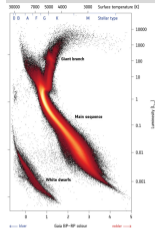
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

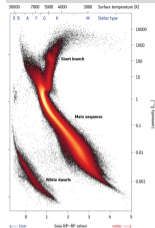
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

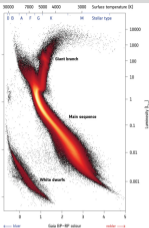
Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.1- Contracción gravitacional

- El agente motor que conduce a la formación y a la evolución estelar es la contracción gravitacional de la sopa primordial que resulta del Big Bang (o sea 75% de H, y 25% de He, por masa).
- Se pueden sacar conclusiones generales sobre la contracción gravitacional considerando una esfera auto-gravitante con simetría esférica, y con densidad de masa $\rho(\vec{r}) = \rho(r)$.
- La masa encerrada dentro de una esfera de radio r es

$$m(r) = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr'. \quad (13)$$



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.1- Contracción gravitacional

- La masa de un elto de volumen dV es $dm = \rho dV$.
- Si aproximamos el gas primordial como un fluido, la ecuación de movimiento del elto de volumen dV es

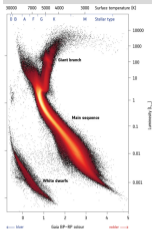
$$dm \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\vec{\nabla} P dV + d\vec{f}, \quad (14)$$

donde $d\vec{f}$ es la fuerza externa aplicada a dV .

- En coordenadas esféricas, y en componente \hat{r} , para el caso de una esfera auto-gravitante tenemos

$$dm \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{\partial P}{\partial r} dV + dm g(r), \quad (15)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + g(r). \quad (16)$$



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

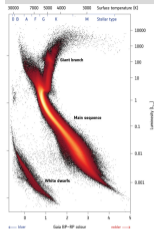
Contracción protoestelar

3.1- Contracción gravitacional

- Vemos de Ec. 16 que para un equilibrio estático es necesario que P aumente hacia $r \rightarrow 0$.
- ¿Qué pasaría en ausencia de presión?
- Consideramos un elto de volumen dV , inicialmente en reposo en r_o , bajo la influencia gravitacional de $\vec{g}(r_o) = \frac{Gm(r_o)}{r_o^2} \hat{r}$.
- Si la masa encerrada en radios inferiores al del elto de dV no cambia (hipotesis por confirmar *a-posteriori*), entonces por conservación de energía,

$$\frac{1}{2}\rho dV \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)^2 = \frac{G\rho dVm_o}{r} - \frac{G\rho dVm_o}{r_o}, \quad (17)$$

$$\Rightarrow \frac{dr}{dt} = -\sqrt{\frac{2Gm_o}{r} - \frac{2Gm_o}{r_o}}. \quad (18)$$



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

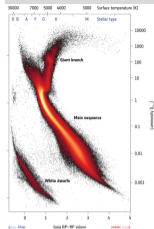
3.1- Contracción gravitacional

- El tiempo de caída libre (“free-fall”) hasta el origen es

$$\begin{aligned}t_{\text{ff}} &= \int_{r_o}^0 \frac{dt}{dr} dr, \\&= - \int_{r_o}^0 \left(\frac{2Gm_o}{r} - \frac{2Gm_o}{r_o} \right)^{-1/2} dr, \\&= \left(\frac{r_o^3}{2Gm_o} \right)^{1/2} \underbrace{\int_0^1 \left(\frac{x}{1-x} \right)^{1/2} dx}_{\pi/2}\end{aligned}$$

- Es interesante notar que t_{ff} solo depende de la densidad media encerrada por r_o ,

$$\tau_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}}. \quad (19)$$



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

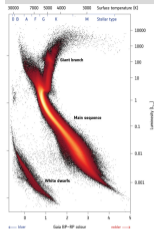
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.1- Contracción gravitacional

- De Ec. 19, vemos que para un medio con densidad homogénea el tiempo de caída no depende de r_0 , y por lo tanto no se alcanzan los eltos de volumen hasta llegar al origen.
- En la práctica la energía gravitacional usualmente termina por disiparse en energía termal, y radiativa, pero si esta energía radiativa puede escapar, es decir para un medio termalmente delgado, entonces t_{ff} es una buena aproximación de colapso gravitacional.
- Un ejemplo de medio ópticamente delgado sería una nube de hidrógeno puro, sea molecular o atómico.
- Una vez que el hidrógeno se ioniza, la nube se hace opaca y se frena la caída ya que aumenta la presión porque no se puede escapar fácilmente la radiación.
- Llegamos entonces a una situación de equilibrio.



[Temperatura efectiva y magnitud](#)

[Clasificación espectral](#)

[Líneas espectrales](#)

[Tipos espectrales](#)

[Diagrama de Hertzsprung-Russell](#)

[Formación Estelar](#)

[Contracción gravitacional](#)

[Teorema del Virial](#)

[Condiciones de colapso](#)

[Contracción protoestelar](#)

Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

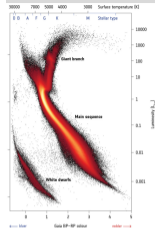
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.2- Teorema del Virial

- En equilibrio, de Ec. 16 tenemos la ecuación de equilibrio hidrostático:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{Gm(r)\rho(r)}{r^2}. \quad (20)$$

- Consideramos una esfera de radio R y masa M , e integramos $\int_0^R 4\pi r^3$ (Ec. 20) dr para obtener una primera versión del teorema del virial:

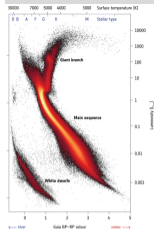
$$\langle P \rangle = -\frac{1}{3} \frac{E_G}{V}, \quad (21)$$

con

$$E_G = -\int_{m=0}^{m=M} \frac{Gm(r)}{r} dm, \quad (22)$$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{V} \int_0^R P 4\pi r^2 dr, \quad (23)$$

y la condición de borde $P(R) = 0$.



[Temperatura efectiva y magnitud](#)

[Clasificación espectral](#)

[Líneas espectrales](#)

[Tipos espectrales](#)

[Diagrama de Hertzsprung-Russell](#)

[Formación Estelar](#)

[Contracción gravitacional](#)

[Teorema del Virial](#)

[Condiciones de colapso](#)

[Contracción protoestelar](#)

3.2- Teorema del Virial

- Para relacionar $\langle P \rangle$ con la energía interna (es decir la energía cinética microscópica), usamos que en general:

$$P = \frac{n}{3} \langle \vec{p} \cdot \vec{v} \rangle, \quad (24)$$

con n densidad de número. Este resultado se puede ver considerando que $N/2$ partículas en un recipiente cúbico viaja hacia $+\hat{z}$, de manera que la fuerza impartida en la tapa superior con superficie ΔA es

$$P\Delta A = \Delta A \frac{n}{2} 2 \langle p_z v_z \rangle,$$

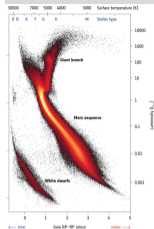
y $P = n \langle p_z v_z \rangle = \frac{1}{3} \langle \vec{p} \cdot \vec{v} \rangle$ por isotropía.

- Por ejemplo, para el gas ideal no-relativista, $\vec{p} \cdot \vec{v} = mv^2$, y $P = \frac{2}{3} n \langle \frac{1}{2} mv^2 \rangle = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} kT = nkT$, y también

$$P = \frac{2}{3} \frac{E_K}{V}, \quad (25)$$

donde E_K es la energía interna.

- En cambio, para un gas de fotones (cuerpo negro), $\vec{p} \cdot \vec{v} = pc$ y $P = \frac{1}{3} n \langle pc \rangle$.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.2- Teorema del Virial

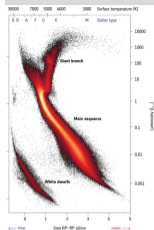
- En el caso no-relativista, de Ec. 25 el virial se escribe

$$2E_K + E_G = 0, \quad (26)$$

o bien

$$E_T \equiv E_K + E_G = -E_K = \frac{1}{2}E_G. \quad (27)$$

- Vemos que a masa constante, mientras más compacta la esfera, más caliente.
- Típicamente, para una esfera $E_G = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$, y si hay contracción, $\Delta R < 0$, entonces $\Delta E_G < 0$, y para mantener equilibrio hay que aumentar $\Delta E_K = -\frac{1}{2} \Delta E_G$, pero el resto debe disiparse en radiación por la superficie de manera que $\Delta E_T = \frac{1}{2} \Delta E_G$.
- A su vez, para mantener R constante en presencia de radiación, es necesario otra fuente de energía que la provista por el ΔE_G de la contracción, como fusión nuclear. Pero si la fusión nuclear provee más energía que la justa y necesaria, la estrella se expande.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

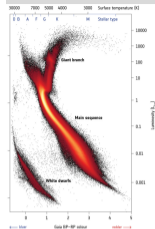
Contracción protoestelar

3.2- Teorema del Virial- Caso relativista

- Es interesante notar que en el caso relativista, $P = \frac{1}{3}n\langle pc \rangle = \frac{1}{3} \frac{E_K}{V}$. Usando el virial (Ec. 21),

$$E_T = E_K + E_G = 0. \quad (28)$$

- Vemos que en el caso relativista, solo es posible eq. hidroestático si la energía total es justo 0, al límite del sistema ligado \Rightarrow el equilibrio es inestable.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.2- Teorema del Virial- Grados internos de libertad

- Cuando hay grados internos de libertad usamos el índice adiabático $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$. Si no hay intercambios de calor,

$$dE_K = -PdV, \quad (29)$$

pero de $PV^\gamma = \text{Cte}$, $d(PV) = -(\gamma - 1)PdV$, y

$$dE_K = \frac{1}{\gamma - 1}d(PV), \quad (30)$$

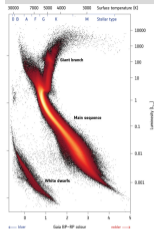
de manera que

$$E_K = \frac{PV}{\gamma - 1}. \quad (31)$$

- Usamos el virial (Ec. 21) para extender el teorema del virial al caso de grados internos de libertad,

$$3(\gamma - 1)E_K + E_G = 0. \quad (32)$$

- Para el gas ideal monatómico, $\gamma = 5/3$, mientras que para el gas ultra-relativista, $\gamma = 4/3$.
- La estrella es ligada solo si $\gamma > 4/3$.



[Temperatura efectiva y magnitud](#)

[Clasificación espectral](#)

[Líneas espectrales](#)

[Tipos espectrales](#)

[Diagrama de Hertzsprung-Russell](#)

[Formación Estelar](#)

[Contracción gravitacional](#)

[Teorema del Virial](#)

[Condiciones de colapso](#)

[Contracción protoestelar](#)

3.2- Teorema del Virial

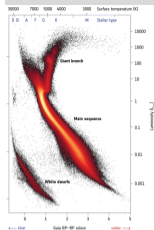
- Ejemplo: el Sol. Con un radio $R_{\odot} = 7 \times 10^8$ m y $M_{\odot} = 1.98 \times 10^{30}$ kg, la densidad promedio del Sol es $\langle \rho \rangle = 1.4 \cdot 10^3$ kg m⁻³. Por lo tanto $\tau_{\text{ff}} = \frac{1}{2}$ h.
- Claramente el Sol está en equilibrio hidrostático. El virial da

$$\langle P \rangle = -\frac{1}{3} \frac{E_G}{V} \sim \frac{GM_{\odot}^2}{4\pi R_{\odot}^4} \sim 10^{14} \text{ Pa.} \quad (33)$$

- Usando el gas ideal,

$$\langle P \rangle = \frac{\langle \rho \rangle}{\bar{m}} k T_I, \quad (34)$$

y con $\bar{m} = 0.5m_H$, $T_I \sim 6 \times 10^6$ K.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

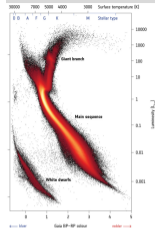
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.3- Condiciones de colapso

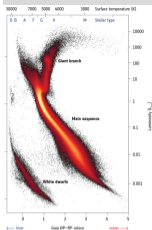
- Para una esfera, $E_G = -f \frac{GM^2}{R}$, donde $f \sim 1$ y $f = \frac{5}{3}$ para densidad homogénea, y $E_K = \frac{3}{2} NkT$, donde N es el número total de partículas en la esfera.
- La condición para una esfera ligada es $E_T < 0$, o sea $E_K < |E_G|$. El virial impone una condición de colapso más estricta: $2E_K < |E_G|$.
- Entonces una nube esférica colapsará si su masa excede la *masa de Jeans*,

$$M_J = \frac{v}{f} \frac{3kT}{2G\bar{m}} R, \quad (35)$$

donde $v = 2$ para la condición del virial, $v = 1$ para la esfera ligada, $\bar{m} = \mu m_H$ es la masa promedio de las especies que componen la nube (para una nube molecular, $\mu \approx 2.3$).

- Alternativamente, se puede escribir la condición de colapso con una densidad mínima,

$$\rho_J = \frac{v}{f} \frac{3}{4\pi M^2} \left(\frac{3kT}{2G\bar{m}} \right)^3. \quad (36)$$



[Temperatura efectiva y magnitud](#)

[Clasificación espectral](#)

[Líneas espectrales](#)

[Tipos espectrales](#)

[Diagrama de Hertzsprung-Russell](#)

[Formación Estelar](#)

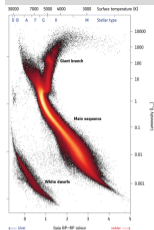
[Contracción gravitacional](#)

[Teorema del Virial](#)

[Condiciones de colapso](#)

[Contracción protoestelar](#)

3.3- Condiciones de colapso



- Por ejemplo, para el Saco de Carbón, $M \sim 10^3 M_{\odot}$, $T \sim 20 K$, y $\rho_J \sim 10^{-22} \text{ kg m}^{-3}$, o sea $n_{\text{H}_2} = 10^5 \text{ m}^{-3}$, correspondiente a lo observado en las regiones mas difusas de la nube.
- Sin embargo, para formar una estrella con $M \sim 1 M_{\odot}$, de Ec. 36 vemos que se necesita una densidad 10^6 veces mas alta.
- ¿Quizás el colapso ocurre primero en gran escala, y luego al subir ρ disminuye el radio de múltiples condensaciones?

Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

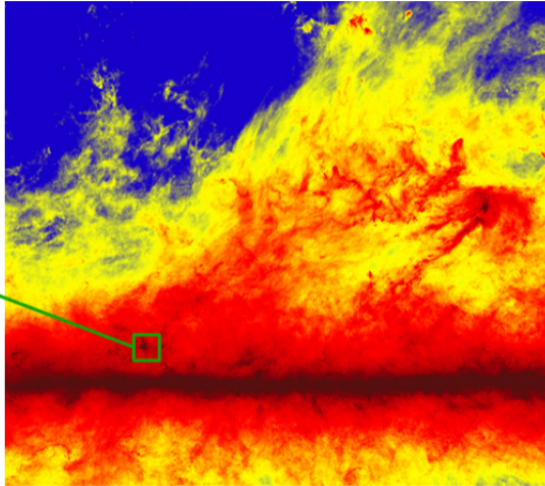
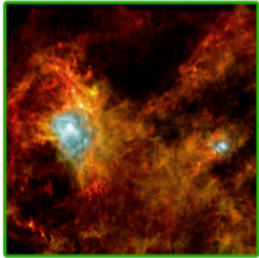
Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

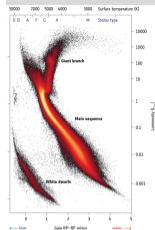
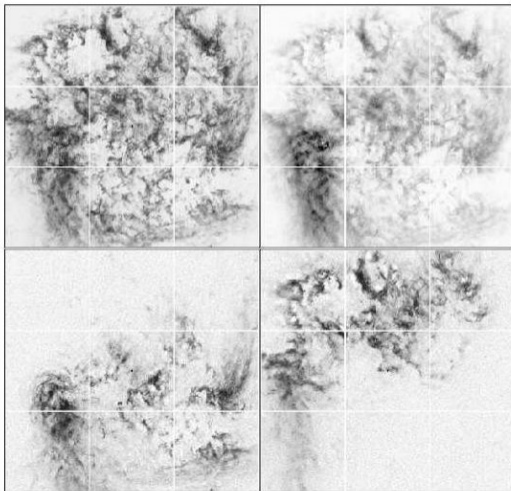
En la naturaleza el concepto de una esfera homogénea auto-gravitante no existe...
Ejemplo de región de formación estelar: Aquila Rift



Izquierda: *Herschel*, derecha: *Planck*

3.3- Condiciones de colapso

- En realidad el ISM (*the interstellar medium*) es una fractal aleatoria, como lo muestra el análisis fractal de H I 21 cm en LMC (Elmegreen et al. 2001, ApJ, 548, 749).



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

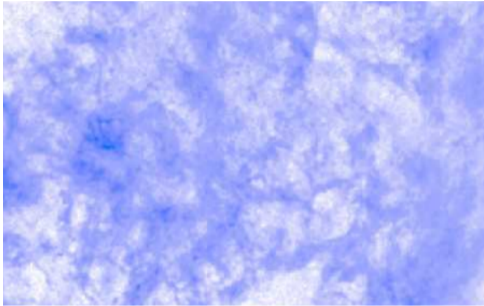
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

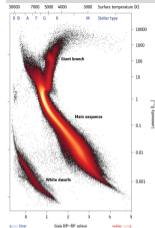
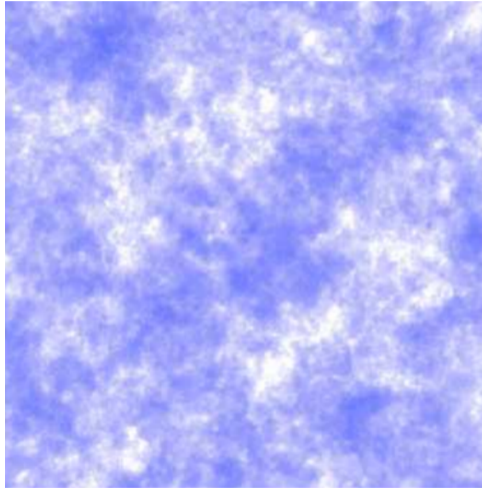
Contracción protoestelar

3.3- Condiciones de colapso

Real:



sintético:



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

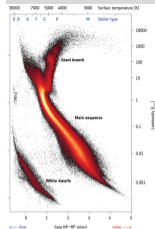
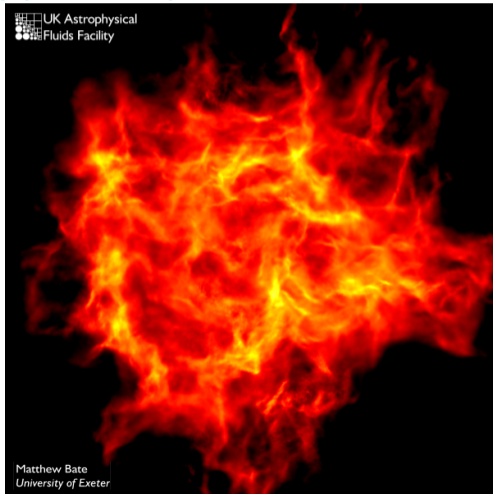
Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.3- Condiciones de colapso

- Las simulaciones hidrodinámicas reproducen bien las propiedades generales de las regiones de formación estelar.
- Ver ejemplos en la página de [Matthew Bate](https://www.astro.ex.ac.uk/people/mbate/Cluster/pr.html)

<https://www.astro.ex.ac.uk/people/mbate/Cluster/pr.html>



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

Plan

1 Temperatura efectiva y magnitud

2 Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

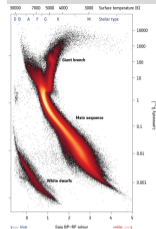
3 Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

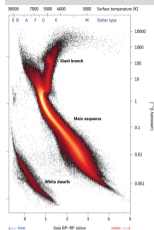
Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar

- Imaginemos que de alguna manera logramos la densidad crítica para condensar $1 M_{\odot}$, entonces $\Rightarrow \rho_J = 10^{-16} \text{ kg m}^{-3}$, y $R = 10^{15} \text{ m}$, o sea $R \sim 0.1 \text{ pc}$ o $\sim 7000 \text{ au}$.
- Para frenar el colapso y llegar a equilibrio hidrostático, es necesario ionizar la nube a costa de la energía gravitacional inicial:

$$\frac{GM^2}{R_2} - \frac{GM^2}{R_1} \approx \underbrace{\frac{M}{2m_{\text{H}}} \overbrace{\epsilon_{\text{H}_2}}^{4.5 \text{ eV}}}_{\text{disociación de H}_2} + \underbrace{\frac{M}{m_{\text{H}}} \overbrace{\epsilon_{\text{H}}}^{13.6 \text{ eV}}}_{\text{ionización}} \equiv \Delta E_I \quad (37)$$

- Si $M = 1 M_{\odot}$, $\Delta E_I \sim 3 \times 10^{39} \text{ J}$, y si $R_1 \sim 0.1 \text{ pc}$ eso corresponde a $R_2 \sim 10^{11} \text{ m}$, o sea $R_2 \sim 1 \text{ au}$ o $R_2 \sim 100 R_{\odot}$.
- Este colapso inicial sucedería en el tiempo t_{ff} correspondiente a $\rho_J = 10^{-16} \text{ kg m}^{-3}$, o sea $t_{\text{ff}} \sim 20\,000 \text{ yr}$.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar

- Al momento de establecer equilibrio hidrostático, tenemos

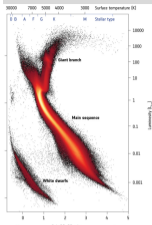
$$E_G \approx -\frac{GM^2}{R_2} \sim -\Delta E_I. \quad (38)$$

- Además, $E_K = \frac{3}{2}N_p T + \frac{3}{2}N_e T = \frac{M}{m_H} 3kT$.
- Con el teorema del virial, $2E_K + E_G = 0$, o sea $2\frac{M}{m_H} 3kT - \left(\frac{M}{2m_H}\epsilon_{H_2} + \frac{M}{m_H}\epsilon_H\right) = 0$, y

$$kT \sim \frac{1}{12}(\epsilon_{H_2} + 2\epsilon_H) \sim 2.6 \text{ eV}, \quad (39)$$

y $T \sim 30000 \text{ K}$.

- Esta temperatura media es independiente de la masa de la protoestrella, y calza con la Ec. de Saha para ionizar colisionalmente H I.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

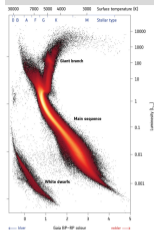
3.4- Contracción protoestelar

- La contracción ulterior, para pasar de un radio proto-estelar de $R_{\star} \sim 100 R_{\odot}$ a $1 R_{\odot}$, sucede en la escala de tiempo de Kelvin-Helmholtz τ_{KH} . Las pérdidas radiativas por la superficie son el único sumidero de energía:

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{dE_G}{dt} \approx \frac{E_G}{\tau_{\text{KH}}} = -4\pi R_{\star}^2 \sigma T^4, \quad (40)$$

o sea

$$\tau_{\text{KH}} \sim -\frac{E_G}{4\pi R_{\star}^2 \sigma T^4} \sim 10^7 \text{ yr} \quad (41)$$



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

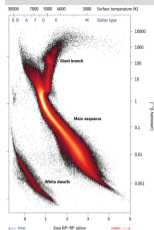
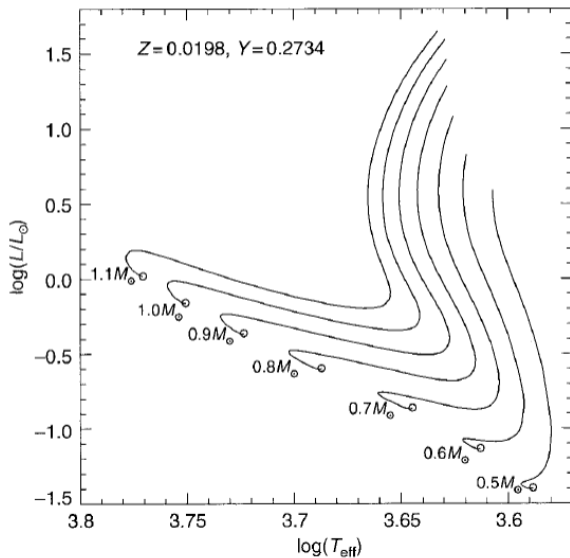
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar

- Contracción protoestelar: Hayashi tracks.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

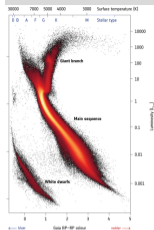
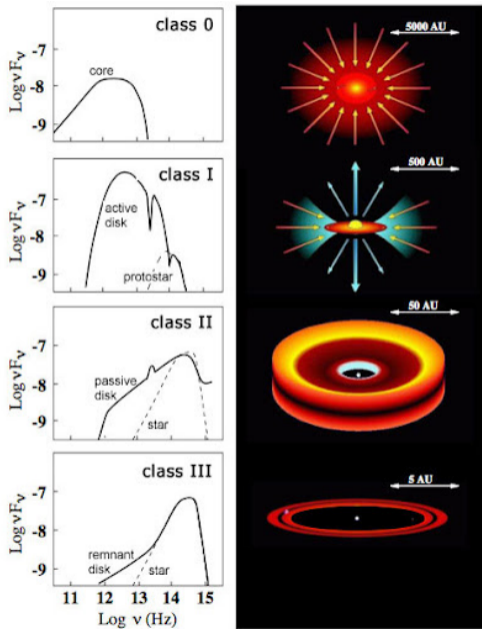
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar

En la práctica el proceso de formación estelar ocurre a través de un disco circunestelar o “protoplanetario”



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

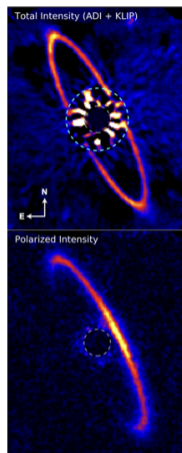
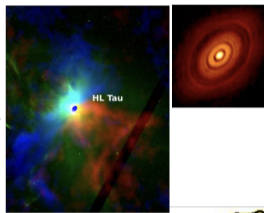
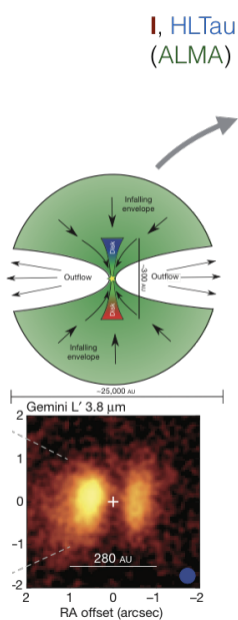
Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

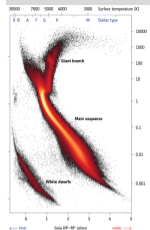
Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar



III, debris, HR4796A (GPI)

0, L1527IRS (Tobin+ 2012)



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

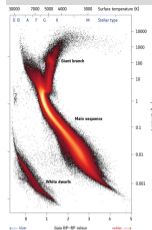
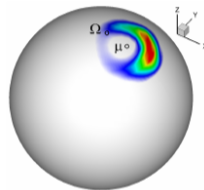
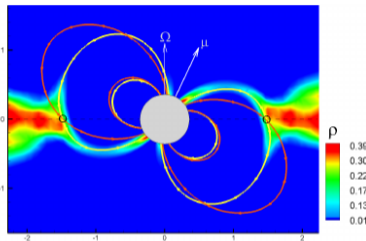
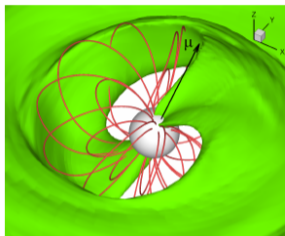
- Lineas espectrales
- Tipos espectrales
- Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

- Contracción gravitacional
- Teorema del Virial
- Condiciones de colapso
- Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar

- Zoom en el proceso de acreción de masa sobre la estrella: “Magnetospheric accretion” (Romanova & Owocki 2016, <https://arxiv.org/pdf/1605.04979.pdf>)



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

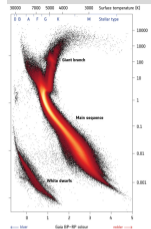
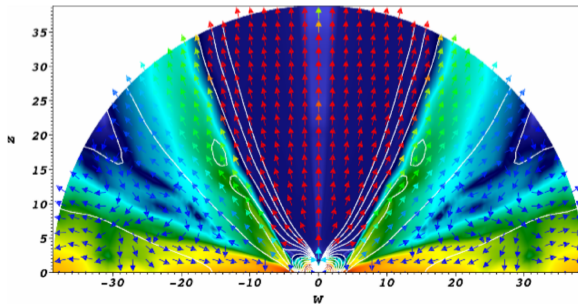
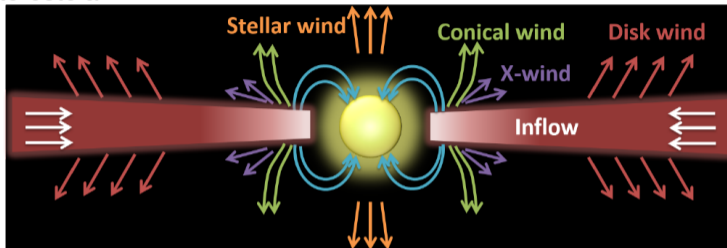
Contracción protoestelar

Versión artística:



3.4- Contracción protoestelar

- El mismo modelo de acreción también propone un mecanismo de aceleración del viento estelar.



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

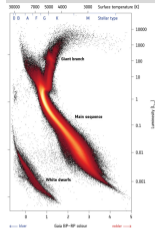
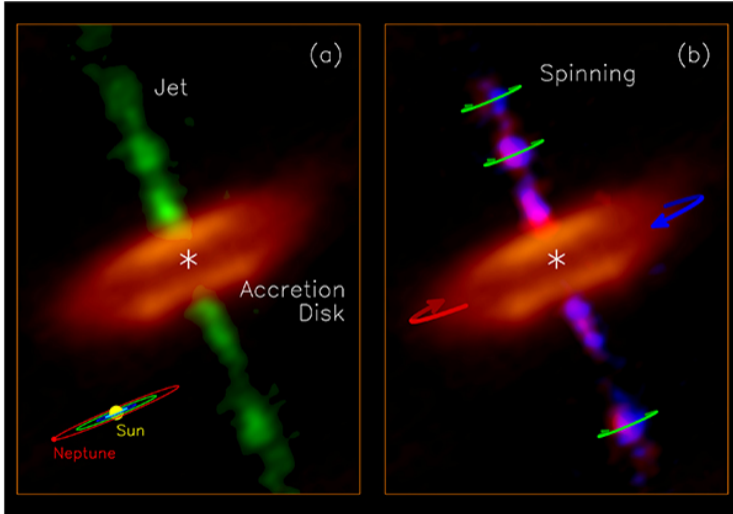
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar

- Ejemplo: H212 en Orion, SiO(8-7) ALMA press release



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de

Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

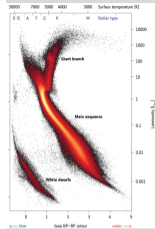
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar

- Imagen IR del mismo jet (credit: ESO).



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

Contracción gravitacional

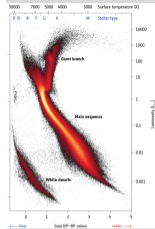
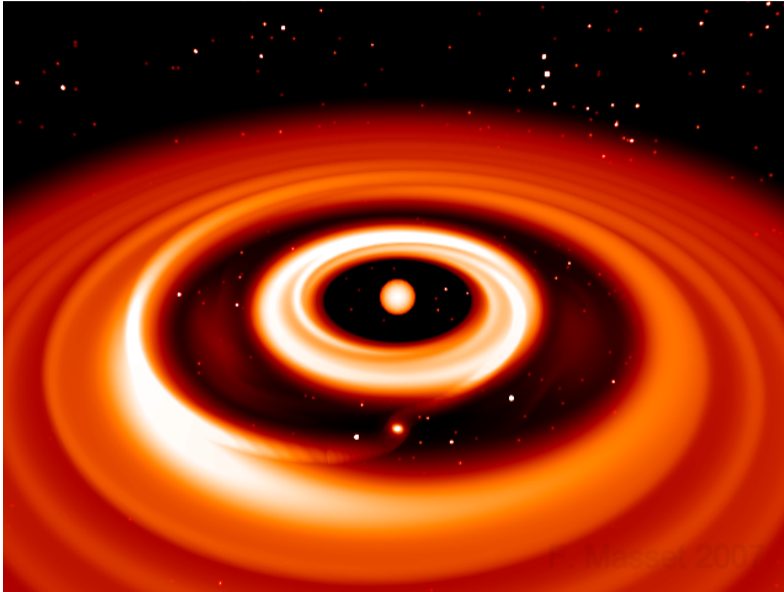
Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar

- Zoom en el proceso de formación planetaria:



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

Líneas espectrales

Tipos espectrales

Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

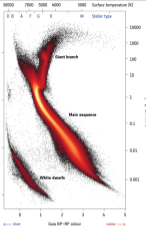
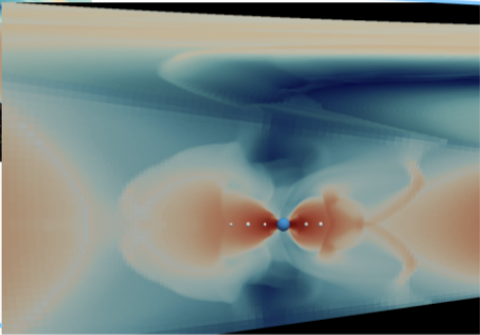
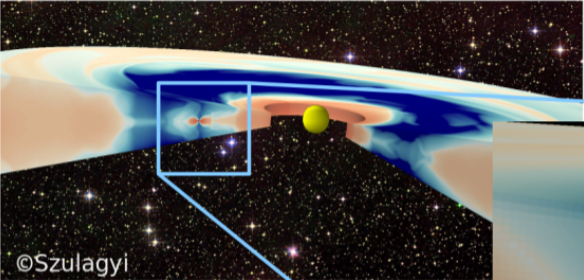
Contracción gravitacional

Teorema del Virial

Condiciones de colapso

Contracción protoestelar

3.4- Contracción protoestelar



Temperatura efectiva y magnitud

Clasificación espectral

- Líneas espectrales
- Tipos espectrales
- Diagrama de Hertzsprung-Russell

Formación Estelar

- Contracción gravitacional
- Teorema del Virial
- Condiciones de colapso
- Contracción protoestelar