

Intensidad de las Líneas de Recombinación para iones del hidrógeno

Caso B: cálculos para HI y HeII

Matías Lackington W.

▶ ***ISM***

▶ ***Prof. Simón Cassassus***

Departamento de Astronomía – Universidad de Chile

Introducción

- Las líneas de recombinación pueden ser observadas, por lo que es necesario tener la intensidad de esas líneas teóricas para poder interpretar las observaciones.

- Caso B: Líneas de Lyman son ópticamente gruesas
 - Entonces se asume que las absorciones del nivel I a el nivel n son exactamente balanceadas por emisión espontanea.
 - El efecto de excitaciones colisionales desde $n=1$ y $n=2$ son ignorados.
 - Caso mas probable para regiones HII aisladas (Osterbrock 1962)

Coeficientes de salida b_{nl}

- Ec 1:
$$\frac{N_{nl}}{N_e N_+} = \frac{\omega_{nl}}{2\omega_+} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T_e} \right)^{3/2} \exp(x_{nl}) b_{nl},$$

- $x_{nl} = E_{nl}/kT_e$
- N_{nl} , N_e y N_+ son las densidades respectivas
- E_{nl} es la energía de ionización de estado.

Cálculo de b_{nl} en 2 etapas

- Se calculan 1ro los b_{nl} asumiendo que los l -subniveles tienen poblaciones proporcionales a $(2l+1)$, es decir $b_{nl} = b_n$.
 - Aquí se usa el método de condensación de matriz para reducir el numero infinito de ecuaciones lineales para b_n a un numero finito.
- 2da etapa: los valores de b_n encontrados son usados como base para una solución iterativa de b_{nl} .

Procesos atómicos incluidos en los cálculos de b_n y de b_{nl}

- Transiciones radiativas
- Recombinación radiativa
- Transiciones colisionales
 - Para b_n solo es el caso de colisiones con cambio de energía (solo cambio en número cuántico n)
 - Para b_{nl} se considera también el caso de colisiones que cambian l .
- Ionización colisional y recombinación de 3 cuerpos

b_n : Ecuación de equilibrio estadístico para un nivel n

- Ec 2:

$$N_e N_+ (\alpha_n + C_{i,n}) + \sum_{n'=n+1}^{\infty} N_{n'} A_{n',n} + \sum_{n'=n_*}^{\infty} N_{n'} C_{n',n} \\ = N_n \sum_{n'=n_*}^{n-1} A_{n,n'} + N_n C_{n,i} + N_n \sum_{n'=n_*}^{\infty} C_{n,n'}$$

- α_n = coeficiente de recombinación radiativa
- $A_{n',n}$ la n' a n probabilidad de transición radiativa
- $C_{n',n}$ la n' a n probabilidad de transición colisional
- $C_{n,i}$ la probabilidad de ionización colisional
- $C_{i,n}$ el coeficiente para recombinación de 3 cuerpos

Balance detallado en equilibrio termodinámico

- Ec 3: $\omega_n e^{x_n} C_{n,n'} = \omega_{n'} e^{x_{n'}} C_{n',n}$
- Ec 4: $C_{i,n} = \left(\frac{h^2}{2\pi m k T_e} \right)^{3/2} \frac{\omega_n}{2} e^{x_n} C_{n,i}$
- Con $\omega_n = 2n^2$ y $x_{nl} = E_{nl}/kT_e$

Combinando ecuaciones 1, 3 y 4 en 2:

- Ec 5 :

$$\sum_{n'=n+1}^{\infty} \left(A_{n',n} \frac{n'^2}{n^2} e^{x_{n'}-x_n} + C_{n,n'} \right) b_{n'} + \sum_{n'=2}^{n-1} C_{n,n'} b_{n'}$$

$$- \left(\sum_{n'=2}^{n-1} A_{n,n'} + \sum_{n'=2}^{\infty} C_{n,n'} + C_{n,i} \right) b_n$$

$$= -\frac{\alpha_n}{n^2} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T e} \right)^{-3/2} e^{-x_n} - C_{n,i}$$

- O de forma mas conveniente: ec. 6

$$\sum_{n'=2}^{\infty} K(n, n') b(n') = R(n).$$

b_{nl} : Ecuación de equilibrio estadístico para un nivel nl

- Caso mas general que para el caso anterior: Ec 7

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n'=n+1}^{\infty} e^{\alpha_{n'}} \left(\sum_{l'=l\pm 1} (2l'+1) A_{n'l', nl} b_{n'l'} \right) - (2l+1) A_{nl} e^{\alpha_n} b_{nl} \\
 & + e^{\alpha_n} (2l+1) \left(\sum_{n'=n_0}^{\infty} \sum_{l'=l+1} N_e C_{nl, n'l} b_{n'l'} - b_{nl} \sum_{n'=n_0}^{\infty} \sum_{l'=l\pm 1} N_e C_{nl, n'l'} \right) \\
 & + e^{\alpha_n} (2l+1) \left(\sum_{l'=l\pm 1} N_e C_{nl, nl} b_{nl'} - b_{nl} \sum_{l'=l-1} N_e C_{nl, nl'} \right) \\
 & = -\alpha_{nl} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T_e} \right)^{-3/2} .
 \end{aligned}$$

Calculo de b_n y b_{nl}

- Se usan métodos numéricos para resolver ec 6;
 - Técnica de Condensación de matriz
 - Reduce el problema de infinitas ecuaciones en uno de m ecuaciones.
- Teniendo los b_n se usa un tratamiento de iteración sobre la ec 7, donde los b_n sirven como base para empezar la iteración

Método de Iteración para b_{nl}

- 1ra solución:

$$\left. \begin{array}{ll} n' \geq n_c, & b_{nl} = b_n \\ n_c > n' > n, & b_{nl} = b_{nl}^{(1)} \\ n' < n, & b_{nl} = b_n \end{array} \right\} \text{To give solutions } b_{nl}^{(1)}$$

- 1ra iteración:

$$\left. \begin{array}{ll} n' \geq n_c, & b_{nl} = b_n \\ n_c > n' > n, & b_{nl} = b_{nl}^{(2)} \\ n' < n, & b_{nl} = b_{nl}^{(1)} \end{array} \right\} \text{To give solutions } b_{nl}^{(2)}.$$

Rango de validez

- Se define el parámetro β como; la probabilidad β por scattering que un fotón Liman- α no sea rescattereado en la línea.
- De la relación

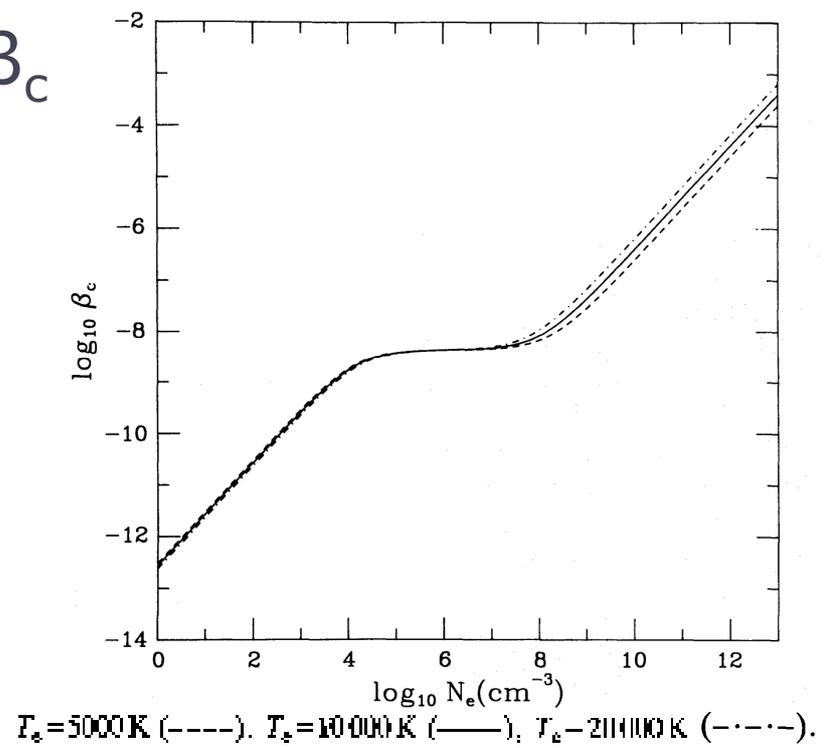
$$(N_{1s}B_{1s,2p} - N_{2p}B_{2p,1s})\bar{J} = N_{2p}A_{2p,1s}(1-\beta),$$

- Se llega a:

$$\beta_c = N_e [R_s(C + C_p) + 3CC_p] / [A_{2p,1s}(R_s + 3C)].$$

Grafico de β_c

- Para H:



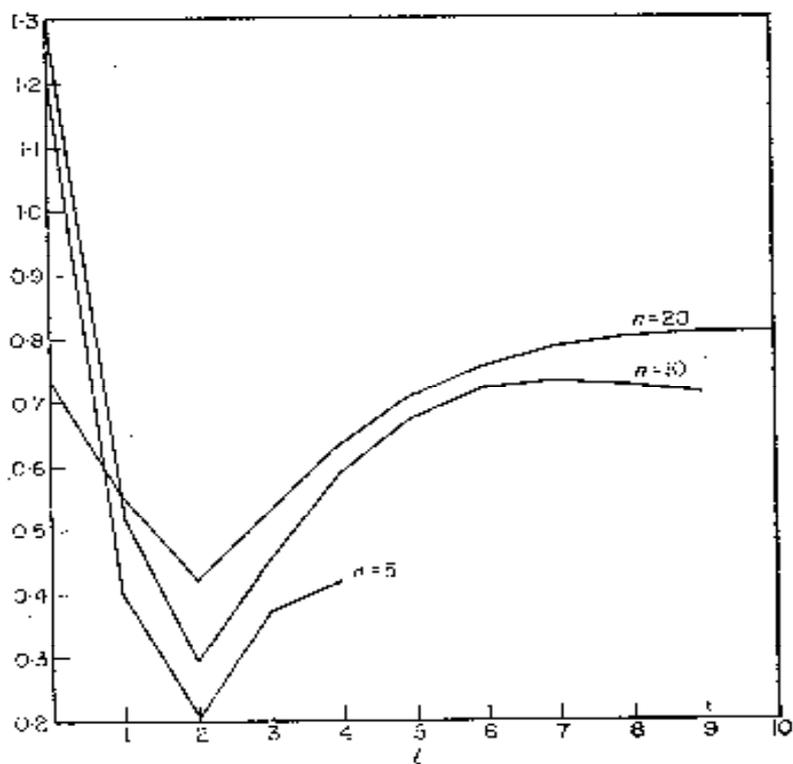


FIG. 1. The b_n factors for hydrogen Case B, $T_e = 10^4$ K, $N_e = 10^4$ cm $^{-3}$, illustrating the departures from the statistical distribution.

Descripción de tablas finales

- Validez solo para probabilidades de escape de Lyman- α $\beta \gg \beta_c$.
- Se asumió: $N(\text{He})/N(\text{H}) = 0.1$
- Y abundancias:

Spectrum	Protons	He ⁺	He ²⁺
H I	0.909	0.090	0.0
He II	0.833	0.0	0.0833

II	TE = 1.00104	ML = 1.00+04	CASA B	WC = 70			
TOTAL RC = 2.597-13		4-2 RC = 3.039-14		4-2 CM = 1.740+25			
NU	ML						
	2	3	4	5	6	7	8
50	0.39-04	2.58-04	1.11-04	5.75-05	3.36-05	2.13-05	1.43-05
49	1.00-03	3.31-04	1.43-04	7.40-05	4.52-05	2.74-05	1.85-05
48	1.43-03	4.00-04	1.90-04	9.87-05	5.78-05	3.57-05	2.40-05
35	1.90-03	6.16-04	2.67-04	1.34-04	8.19-05	5.22-05	3.53-05
30	2.90-03	9.08-04	3.98-04	2.10-04	1.24-04	7.99-05	5.43-05
29	3.15-03	9.87-04	4.35-04	2.30-04	1.37-04	8.78-05	5.99-05
28	3.41-03	1.08-03	4.75-04	2.52-04	1.50-04	9.70-05	6.63-05
27	3.71-03	1.17-03	5.22-04	2.78-04	1.60-04	1.08-04	7.37-05
26	4.05-03	1.29-03	5.75-04	3.08-04	1.72-04	1.20-04	8.24-05
25	4.43-03	1.42-03	6.36-04	3.43-04	2.07-04	1.36-04	9.26-05
24	4.87-03	1.56-03	7.07-04	3.83-04	2.32-04	1.52-04	1.05-04
23	5.37-03	1.74-03	7.91-04	4.31-04	2.62-04	1.72-04	1.19-04
22	5.97-03	1.94-03	8.91-04	4.89-04	2.99-04	1.97-04	1.36-04
21	6.69-03	2.18-03	1.01-03	5.58-04	3.43-04	2.26-04	1.58-04
20	7.54-03	2.47-03	1.16-03	6.47-04	3.97-04	2.63-04	1.83-04
19	8.58-03	2.83-03	1.33-03	7.47-04	4.63-04	3.08-04	2.15-04
18	9.87-03	3.28-03	1.56-03	8.77-04	5.46-04	3.64-04	2.54-04
17	1.15-02	3.84-03	1.84-03	1.04-03	6.20-04	4.34-04	3.04-04
16	1.35-02	4.56-03	2.20-03	1.25-03	7.82-04	5.23-04	3.66-04
15	1.62-02	5.49-03	2.66-03	1.52-03	9.53-04	6.30-04	4.47-04
14	1.97-02	6.72-03	3.27-03	1.87-03	1.18-03	7.88-04	5.52-04
13	2.40-02	8.37-03	4.09-03	2.39-03	1.40-03	9.84-04	6.92-04
12	3.09-02	1.06-02	5.21-03	2.99-03	1.80-03	1.20-03	8.82-04
11	4.00-02	1.30-02	6.79-03	3.81-03	2.46-03	1.65-03	1.16-03
10	5.33-02	1.64-02	9.09-03	5.24-03	3.30-03	2.20-03	1.50-03
9	7.30-02	2.14-02	1.20-02	7.25-03	4.50-03	2.99-03	1.91-03
8	1.05-01	2.85-02	1.61-02	1.04-02	6.49-03	4.01-03	
7	1.59-01	3.87-02	2.19-02	1.50-02	9.27-03		
6	2.20-01	5.01-02	2.97-02	2.45-02			
5	4.09-01	1.62-01	7.77-02				
4	1.00100	3.32-01					
3	2.85+00						

Leyenda

- Te y Ne son los parámetros que crean cada tabla
- RC = coeficiente de recombinación total α_B
- 4-2 RC = coeficiente de recombinación efectivo para la transición de referencia 4-2 (4-3 para He)
- 4-2 EM = La potencia de la transición de referencia en $\text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1}$
- Los valores son las intensidades relativas con la transición de referencia

Resultados

- Se produjeron 80 tablas para el HI con rangos de T_e entre $1e3$ y $3e4$ °K; y de N_e entre $1e3$ y $1e10$.
- Y para el HeII se produjeron 110 tablas con rangos de valores; T_e entre $1e3$ y $1e5$ °K, y de N_e entre $1e2$ y $1e13$.