

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora. )

### Relaciones útiles:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_L$ ,  $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ , potencial dipolar:  $\vec{p} \cdot \vec{r} / (4\pi \epsilon_0 r^3)$  Fuerza de Lorentz:  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ .

Coordenadas esféricas:

$$\vec{\nabla} \Phi = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right), \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 A_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial A_\theta \sin \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right],$$

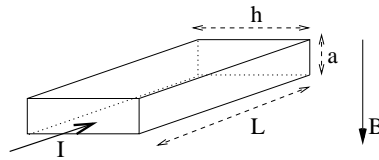
$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} \right].$$

### I Esferas dieléctricas.

- (4.0pt) Una esfera dieléctrica de radio  $a$ , con susceptibilidad  $\chi_E = (\epsilon - 1)$  se encuentra inmersa en un campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = E \hat{z}$ .
  - Si el campo interno a la esfera es uniforme, ¿cuál es el potencial eléctrico en el interior?
  - Modelamos la influencia de la esfera sobre su entorno como un dipolo con momento  $p = VP$ , en que  $V$  es el volumen de la esfera y  $P = \chi_E \epsilon_0 E_{\text{int}}$  es la polarización inducida. Calcule el potencial eléctrico debido a este dipolo.
  - Exija continuidad en la superficie de la esfera para encontrar el potencial  $\phi$  en todo el espacio.
  - Confirme por el cálculo directo que la solución anterior satisface la ecuación de Laplace,  $\nabla^2 \phi = 0$ , y confirme que tiene el comportamiento asintótico correcto lejos de la esfera. Concluya.
  - Confirme que  $D_\perp$  y  $E_\parallel$  son continuos en la superficie de la esfera.
- (2.0pt) Consideramos ahora una cavidad esférica de radio  $a$  en un dieléctrico sometido al campo  $\vec{E} = E \hat{z}$ . Repita el tratamiento anterior para encontrar el potencial eléctrico en todo el espacio.

## II Efecto Hall.

Una intensidad de corriente  $I$  pasa por una placa de cobre de sección rectangular, de largo  $L$ , ancho  $h$  y altura  $a$ , sometida a un campo magnético  $\vec{B}$ , con dirección perpendicular a la placa de cobre (ver figura).



1. (2.0pt) Muestre que la trayectoria de un electrón libre en un campo magnético uniforme, es un círculo de radio  $r_L = v_{\perp}/\omega_L$ ,  $\omega_L = eB/(2m)$ , donde  $e$  y  $m$  son la carga y la masa del electrón y  $v_{\perp}$  es la velocidad inicial del electrón. Expresé  $r_L$  en función de  $I$ , suponiendo que la placa tiene un electrón por átomo, y que la densidad de átomos de cobre es  $n$ .
2. (1.0pt) Explique qué sucede con la trayectoria de electrones en los casos límites  $L \gg r_L \gg h$ , y  $r_L \ll h$ .
3. (2.0pt) Suponga que  $L \gg r_L \gg h$ . Muestre que, en estado estacionario, una medida de la diferencia de potencial  $V$  entre las caras de la placa separadas por  $h$  permite inferir  $B$ .
4. (1.0pt) Haga una estimación del voltaje  $V$  esperado (sin calculadora), si  $I = 1$  A, y si el radio de un átomo de cobre es de  $1 \text{ \AA}$ ,  $h = 0,5$  cm,  $a = 0,1$  cm,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C. Comente. ¿Cómo mejoraría el dispositivo?

## III Aplicaciones de la ecuación de continuidad de carga eléctrica.

1. (2.0pt) Deduzca una ecuación de continuidad que relacione las densidades de carga y de corriente. (ayuda: Escriba la variación temporal de carga eléctrica  $dQ(t)/dt$  en un volumen  $\mathcal{V}$  como el flujo de la densidad de corriente  $\vec{j}$  a través de  $S$ , la superficie que limita  $\mathcal{V}$ ).
2. (4.0pt) Consideramos una esfera conductora de radio  $R = 10$  cm, inmersa en el océano a una profundidad de 10 m. Una corriente  $I = 1$  A escapa uniformemente de la superficie de la esfera.
  - a) En estado estacionario, ¿Cuál es la densidad de corriente a una distancia  $r$  del centro de la esfera?
  - b) Si la conductividad del agua salada es  $\gamma = 1$  (Ohm m) $^{-1}$ , ¿Cuál es la diferencia de potencial entre la esfera y la superficie?
  - c) ¿Cuál es la resistencia del agua entre la esfera y la superficie?
  - d) ¿Cuál es la potencia disipada en el océano?