

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

Relaciones útiles:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_L$, $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$, potencial dipolar: $\vec{p} \cdot \vec{r} / (4\pi \epsilon_0 r^3)$ Fuerza de Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$.

Coordenadas esféricas:

$$\vec{\nabla} \Phi = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right), \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 A_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial A_\theta \sin \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right],$$

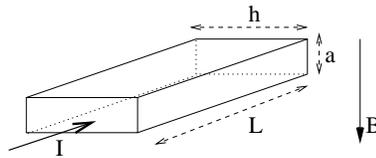
$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} \right].$$

I Esferas dieléctricas.

- (4.0pt) Una esfera dieléctrica de radio a , con susceptibilidad $\chi_E = (\epsilon - 1)$ se encuentra inmersa en un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = E \hat{z}$.
 - Si el campo interno a la esfera es uniforme, ¿cuál es el potencial eléctrico en el interior?
 - Modelamos la influencia de la esfera sobre su entorno como un dipolo con momento $p = VP$, en que V es el volumen de la esfera y $P = \chi_E \epsilon_0 E_{\text{int}}$ es la polarización inducida. Calcule el potencial eléctrico debido a este dipolo.
 - Exija continuidad en la superficie de la esfera para encontrar el potencial ϕ en todo el espacio.
 - Confirme por el cálculo directo que la solución anterior satisface la ecuación de Laplace, $\nabla^2 \phi = 0$, y confirme que tiene el comportamiento asintótico correcto lejos de la esfera. Concluya.
 - Confirme que D_\perp y E_\parallel son continuos en la superficie de la esfera.
- (2.0pt) Consideramos ahora una cavidad esférica de radio a en un dieléctrico sometido al campo $\vec{E} = E \hat{z}$. Repita el tratamiento anterior para encontrar el potencial eléctrico en todo el espacio.

II Efecto Hall.

Una intensidad de corriente I pasa por una placa de cobre de sección rectangular, de largo L , ancho h y altura a , sometida a un campo magnético \vec{B} , con dirección perpendicular a la placa de cobre (ver figura).



1. (2.0pt) Muestre que la trayectoria de un electrón libre en un campo magnético uniforme, es un círculo de radio $r_L = v_{\perp}/\omega_L$, $\omega_L = eB/(2m)$, donde e y m son la carga y la masa del electrón y v_{\perp} es la velocidad inicial del electrón. Expresé r_L en función de I , suponiendo que la placa tiene un electrón por átomo, y que la densidad de átomos de cobre es n .
2. (1.0pt) Explique qué sucede con la trayectoria de electrones en los casos límites $L \gg r_L \gg h$, y $r_L \ll h$.
3. (2.0pt) Suponga que $L \gg r_L \gg h$. Muestre que, en estado estacionario, una medida de la diferencia de potencial V entre las caras de la placa separadas por h permite inferir B .
4. (1.0pt) Haga una estimación del voltaje V esperado (sin calculadora), si $I = 1$ A, y si el radio de un átomo de cobre es de 1 \AA , $h = 0,5$ cm, $a = 0,1$ cm, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Comente. ¿Cómo mejoraría el dispositivo?

III Aplicaciones de la ecuación de continuidad de carga eléctrica.

1. (2.0pt) Deduzca una ecuación de continuidad que relacione las densidades de carga y de corriente. (ayuda: Escriba la variación temporal de carga eléctrica $dQ(t)/dt$ en un volumen \mathcal{V} como el flujo de la densidad de corriente \vec{j} a través de S , la superficie que limita \mathcal{V}).
2. (4.0pt) Consideramos una esfera conductora de radio $R = 10$ cm, inmersa en el océano a una profundidad de 10 m. Una corriente $I = 1$ A escapa uniformemente de la superficie de la esfera.
 - a) En estado estacionario, ¿Cuál es la densidad de corriente a una distancia r del centro de la esfera?
 - b) Si la conductividad del agua salada es $\gamma = 1$ (Ohm m) $^{-1}$, ¿Cuál es la diferencia de potencial entre la esfera y la superficie?
 - c) ¿Cuál es la resistencia del agua entre la esfera y la superficie?
 - d) ¿Cuál es la potencia disipada en el océano?