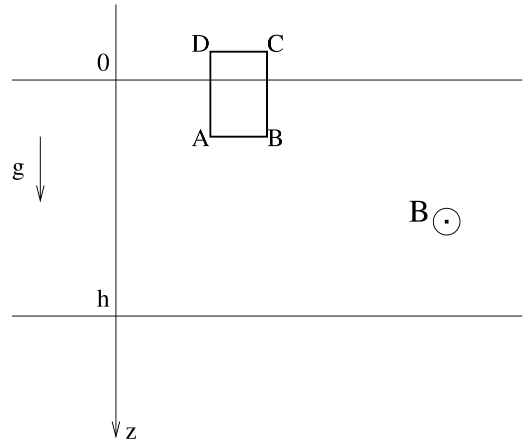
FI2002-3 2009A **Control 3** Prof: Simón Casassus

11 de Junio de 2009 3 h Ayudantes: María Jose Santander & Pablo Castellanos

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

Relaciones útiles:

$\vec{B} = \mu_\circ \vec{H} + \mu_\circ \vec{M}$
$\vec{B} = \mu\mu_\circ H, \quad \mu_\circ = 4\pi\ 10^{-7}$ T m A^{-1}
Magnetización en materiales lineales: $\vec{M} = \chi_B \vec{B}/\mu_\circ$.
$\vec{B} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\int \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3} d^3x'$
$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_l$
Energía potencial magnética de un dipolo:
$U = -\vec{m}\cdot\vec{B}$.
Fuerza de Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$.
$e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1\ 10^{-31}$ kg, $m_p = 1{,}67\ 10^{-27}$ kg.
Rotor en coordenadas cilíndricas:
$\vec{\nabla} \times \vec{A}|_r = \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \quad \vec{\nabla} \times \vec{A}|_\theta = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}$
$\vec{\nabla} \times \vec{A}|_z = \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{A_\theta}{r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}$



I Inducción al caer un cuadro por una región con campo magnético.

En la región del espacio contenida entre el plano $z = 0$ y $z = h$ existe un campo magnético $\vec{B}$ uniforme y horizontal. Inicialmente, en la región $z < 0$ se encuentra un armazón rectangular conductor de resistencia R, rectangular, indeformable, y de masa m. El plano del armazón es perpendicular a $\vec{B}$. Los lados AB y CD son horizontales y tiene largo a, los lados BC y AD son verticales y tienen largo b ($b < h$) (ver Figura). La aceleración de gravedad es $\vec{g}$.

1. (`2.0pt`) Establecer, explicando todas las etapas del razonamiento, la ecuación de movimiento del armazón.

2. (`2.0pt`) Resolver la ecuación de movimiento en el caso que el armazón es soltado en $t = 0$, sin velocidad inicial, cuando el lado AB coincide on el plano $z = 0$. Despreciar las contribuciones a $\vec{B}$ debidas a las corrientes inducidas.

3. (`2.0pt`) Cuando el lado DC alcanza $z = h$, calcular: la velocidad adquirida por el armazón, y la energía Q disipada en calor dentro del alambre. Comparar Q con la pérdida de energía potencial gravitacional.

4. (`+1.0pt`) Si existe una corriente I en el armazón, estime el campo magnético en el centro del armazón. ¿Cuál es la forma de $\vec{B}$ infinitesimalmente cerca de uno de lo alambres? Use estos resultados para justificar que se pueden despreciar las contribuciones a $\vec{B}$ debidas a las corrientes inducidas.

II Usos de un electroimán con sacado.

Consideramos un electroimán toroidal, con un sacado que subtiende un ángulo $\alpha \ll 1$ rad desde el centro del toro. El toro tiene un núcleo de hierro, un radio promedio de $a = 10$ cm, y el sacado tiene largo 0,1 cm, y hay 200 vueltas de alambre enrolladas sobre el toro.

1. (`4.0pt`) Use la siguiente tabla para:

   a) estimar el campo magnético dentro del sacado cuando $I = 5$ A.

   b) Compare la potencia necesaria para mantener un campo magnético en el sacado de 0.6 T, con la requerida para mantener un campo de 1.2 T. Comente.

H (A m^{-1})	40	80	160	240	320	480	800	1600
B (T)	0.1	0.2	0.6	0.85	1.0	1.2	1.4	1.5

2. (`2.0pt`) Usando el electroimán estudiamos el compartamiento de materiales no-ferromagnéticos. Ponemos a prueba la relación teórica

$$\chi_B = \mu_\circ n \left\{ \frac{m^2}{3kT} - \frac{e^2}{6m_e} Z r_\circ^2 \right\},$$

   en que: n es la densidad de número de dipolos microscópicos, m es el dipolo permanente, $r_\circ$ es el radio promedio de un átomo, y Z es el número de carga.

   a) ¿Cuál es la energía magnética de un grano de material con volumen V, ubicado en el sacado?

   b) Comente sobre el comportamiento magnético de la materia no-ferromagnética en los límites $T \to 0$ y $T \to \infty$. Deduzca dos tipos de comportamientos magnéticos en función de los valores relativos de los parámetros microscópicos.

III Corrientes de magnetización.

Estudiamos las corrientes de magnetización en el material aislante que rodea un cable conductor. Consideramos un cilindro infinito, de radio a, orientado según un eje z, lleno de un material aislante con permeabilidad magnética relativa μ, y con un cable de cobre en su centro. Aproximamos a que la sección del cable conductor es nula, es decir asimilamos el alambre a una línea recta.

1. (`1.0pt`) Dé una expresión para el campo $\vec{H}$, de intensidad magnética, en todo el espacio.
2. (`1.0pt`) Escriba el campo magnético $\vec{B}$ en todas partes.
3. (`1.0pt`) Escriba la magnetización $\vec{M}$ en todas partes.
4. (`1.0pt`) Calcule la densidad de corriente de magnetización, $\vec{j_M} = \vec{\nabla} \times \vec{M}$, en todas partes salvo en la línea de cobre y en la superficie externa del material.
5. (`1.0pt`) Use el teorema de Stokes aplicado a un disco de radio $r < a$, y los resultados del Punto 3, para calcular la corriente de magnetización $I_M = \int \vec{j_M} \cdot d\vec{S}$ en el centro del alambre.
6. (`1.0pt`) Repita el Punto anterior, pero con $r > a$, para estimar la corriente neta de magnetización en todo el alambre. Compare con la corriente I_M llevada en el centro, y concluya.