FI2002-3 2009A — **Examen** — Prof: Simón Casassus
30 de Junio de 2009 — 3 h — Ayudantes: María Jose Santander & Pablo Castellanos

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

Relaciones útiles:

$\vec{B} = \mu_\circ \vec{H} + \mu_\circ \vec{M}$
$\vec{B} = \mu\mu_\circ H, \quad \mu_\circ = 4\pi\ 10^{-7}$ T m A^{-1}
Magnetización en materiales lineales: $\vec{M} = \chi_B \vec{B}/\mu_\circ$.
$\vec{B} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\int \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3} d^3x' = \vec{\nabla} \times \vec{A}$
$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_l \quad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} d^3x'$
Energía potencial magnética de un dipolo: $U = -\vec{m}\cdot\vec{B}$.
Rotor en coordenadas cilíndricas:
$\vec{\nabla} \times \vec{A}|_r = \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \quad \vec{\nabla} \times \vec{A}|_\theta = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}$
$\vec{\nabla} \times \vec{A}|_z = \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{A_\theta}{r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}$

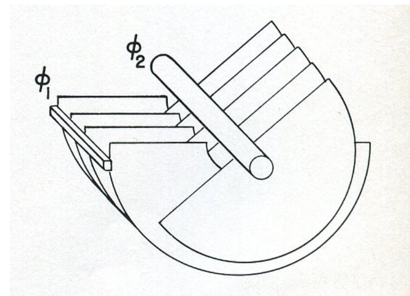

Fig. 1: condensador variable.

I Energía en condensadores.

1. Consideramos un condensador plano con capacidad C.

   a) (`1.5pt`) ¿Cuál es la energía U almacenada en el condensador? Derive la expresión para la energía en un condensador, recordando que la pérdida de energía potencial al transferir una carga dQ en una diferencia de potencial V es $dU = VdQ$.

   b) (`1.5pt`) ¿Cuál es la fuerza de atracción F entre las placas? (ayuda: recuerde que el trabajo en un desplazamiento infinitesimal es $dW = \vec{F}\cdot\vec{ds}$)

   c) (`1.5pt`) Dé una expresión para C y F en el caso de placas paralelas infinitas.

2. (`1.5pt`) En un condensador variable (ver Fig. 1) se puede regular el area entre las placas del condensador girando una de las placas en un ángulo θ ¿Cuál es el torque τ ejercido en el eje de un condensador variable? (ayuda: recuerde que el trabajo del torque es $dW = \tau d\theta$, y aproxime la capacidad a la del caso plano infinito).

II Dos problemas a elección

Elija unos de estos dos problemas (si hace los dos, indique con asteriscos cual es su elección - se contaran puntos adicionales por el segundo problema).

1. **Energía magnética en un resorte**

   Consideramos un resorte con N vueltas, de constante elástica κ, frecuencia natural $\omega_\circ$, largo natural $l_\circ$, y hecho de un alambre conductor con resistencia R. ¿Cuanto se alarga el resorte si aplicamos una diferencia de potencial V constante a sus extremos? (ayuda: recuerde la relación entre fuerza y energía potencial, e iguale la fuerza de origen magnética con la del resorte).

2. **Anillo volador de Young.**

   Hacemos pasar un anillo de cobre, de masa 100 g y resistencia 0,1 Ω, por el núcleo de hierro ($\mu \sim 1000$) de un solenoide vertical, de largo 10 cm, 1000 vueltas, y diámetro 4 cm. Hacemos pasar corriente alterna por el solenoide, con frecuencia de 50 Hz. Describa cualitativamente el fenómeno que espera observar, si la intensidad es arbitrariamente alta? ¿Cuál debe ser la amplitud de la intensidad de corriente para levantar el anillo? Suponga que desde la punta del solenoide, en la posición del anillo, el campo magnético decrece como $\sim 1/r^2$. (ayuda: recuerde la fem inducida en el anillo, y la energía de un dipolo magnético).

III Campo electromagnético en la vecindad de líneas de transmisión eléctricas de muy alta potencia

En este problema estudiaremos el campo electromagnético en la vecindad de una linea de transmisión eléctrica de muy alta potencia, de frecuencia $\nu = 50$ Hz, con amplitudes de voltajes $V \sim 500$ kV y corrientes $I \sim 10k$ A.

1. (`1.0pt`) Use la forma diferencial de la ley de Faraday, $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t$, el vector potencial $\vec{A}$ tal que $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, y sus conocimientos de electrostática, para demostrar que $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \partial \vec{A}/\partial t$, en que ϕ es el potencial eléctrico.

2. (`2.0pt`) Consideramos un cable conductor infinito, sin densidad de carga lineal (o sea neutro), pero que lleva una intensidad de corriente alterna $I = I_\circ \sin(\omega t)$, con $\omega = 2\pi\nu$. Suponemos que el cable tiene sección nula. Orientamos el espacio en coordenadas cilíndricas $\vec{r}$=(ρ, θ, z), en que el eje z coincide con el cable.

   a) Dé una expresión para el potential eléctrico $\phi(\vec{r})$.
   b) Calcule el campo magnético $\vec{B}(\vec{r})$.
   c) Calcule el potencial vector $\vec{A}(\vec{r})$.
   d) Demuestre que el campo eléctrico $\vec{E} = \mu_\circ I \omega \cos(\omega t) \ln(\rho)/(2\pi)\hat{(z)}$. Comente acerca del comportamiento de $\vec{E}$ al alejarse del cable, o sea en infinito.

3. (`3.0pt`) En una configuración con sentido físico la corriente alterna I se devuelve para cerrar el circuito del tendido eléctrico. Consideramos una linea de transmisión simple con sólo dos cables, separados por una distancia $h = 4$ m, como se indica en la Fig. 2. Orientamos el espacio con coordenas cilíndricas $\vec{r} = (\rho, \theta, z)$, en que el eje z coincide con la recta mediadora entre los dos cables, y en que $\theta = 0$ en el plano de los cables.

   a) Dé una expresión para el campo eléctrico $\vec{E}$ en un punto $P(\vec{r})$ cualquiera, en función de las alturas d_1 y d_2 de P a los dos cables.
   b) Muestre que en el límite $\rho \gg h$, $\vec{E} \rightarrow -\mu_\circ I \nu \cos(2\pi\nu t) h \cos(\theta)/\rho\ \hat{z}$. Comente.
   c) Grafique aproximadamente E_z en $t = 0$, en función de ρ, y en el plano de los cables - para puntos P en la linea definida por la altura de P a los dos cables (o sea con $\theta = 0$). ¿Cuál es el campo eléctrico a una distancia de 1 m de uno de los dos cables? ¿Qué aplicaciones eléctricas conoce que funcionarían con campos de esa intensidad?

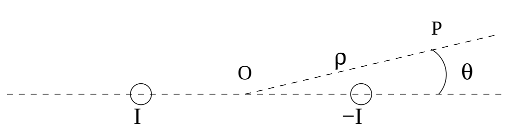

Fig. 2: coordenadas en un plano perpendicular a los cables.