Guía de Ejercicios N° 2 FI2A2

Prof. Auxiliar: Felipe L. Benavides

Problema 1

CONTINUIDAD DE LA CORRIENTE Y EVOLUCIÓN TEMPORAL DE CARGAS LIBRES

Considere un sistema formado por dos placas conductoras conectadas a una diferencia de potencial V_0. En el espacio interior a las placas se colocan dos medios dieléctricos imperfectos. La configuración, detallada en la figura 1, corresponde a un trozo de circunferencia. Suponga que las placas tienen dimensiones tales que puede despreciar efectos de borde.

a) Calcule el campo eléctrico $\overrightarrow{E}$ y la densidad de corriente $\overrightarrow{J}$ entre las placas. Obtenga, asumiendo conocidas las dimensiones geométricas del sistema, su resistencia total.

b) Calcule la densidad superficial de carga que aparece en la interfaz, en régimen permanente.

c) Suponiendo que la fuente se desconecta del sistema en un instante dado, determine la evolución temporal de la densidad de carga libre en la interfaz.

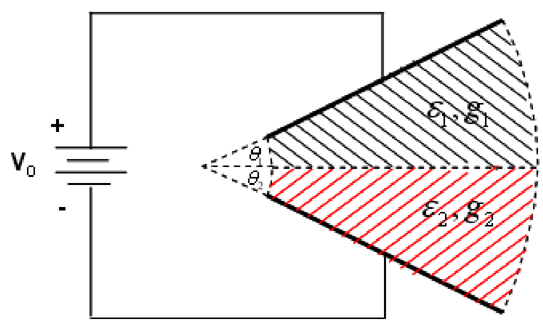

Figura 1.

Problema 2

RESISTENCIAS Y CAMPOS MAGNÉTICOS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

Parte I

Considere una línea de transmisión compuesta por un cilindro de radio a y altura h, ($h >> a$), con conductividad g. Se pide calcular:

a) Resistencia del cilindro entre sus dos extremos.

b) Suponga que se desea reducir la resistencia total, y para ello se rodea el cilindro con una película de cobre, de ancho t. Usando que la conductividad del cobre es g_c, determine el ancho t que permite reducir la resistencia total del cable en un 20%.

Parte II.

Considere ésta vez una línea de transmisión coaxial llena de un material con permeabilidad magnética no lineal, con un conductor interno sólido de radio a y un conductor externo muy delgado, de radio interior b, según se muestra en la figura 2. Se sabe que en el conductr interno circula una corriente I_0 hacia afuera de la hoja, y vuelve en dirección opuesta por el conductor externo. En ambos conductores la corriente se reparte en forma homogénea, y ambos se pueden suponer, muy largos. Si la curva de magnetización del material se puede aproximar como $B = \frac{1.6H}{1000+H}$, calcule: (El material es el trozo gris de la fig.)

a) Campo magnético en todo el espacio.

b) Vector magnetización en el medio material.

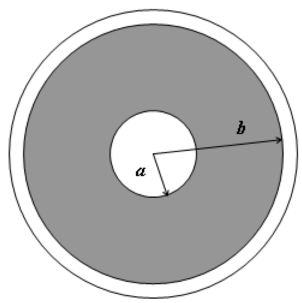

Figura 2.

Problema 3

Electroimán

En la figura de más abajo se muestra un toroide delgado de sección circular A, que posee un enrollado de N vueltas con una corriente I_0. El toroide se compone de dos mitades μ_1 y μ_2 respectivamente. Dichas mitades se encuentran separadas una pequeña distancia h. ($h << a, b$). Suponiendo que el alambre conductor de la bobina tiene una resistencia despreciable, se pide estimar, (lo más preciso posible),

a) Inductancia del sistema.

b) Energía almacenada en el sistema, en régimen permanente.

c) Fuerza sobre la parte derecha del entrehierro, asumiendo que la izquierda está fija.

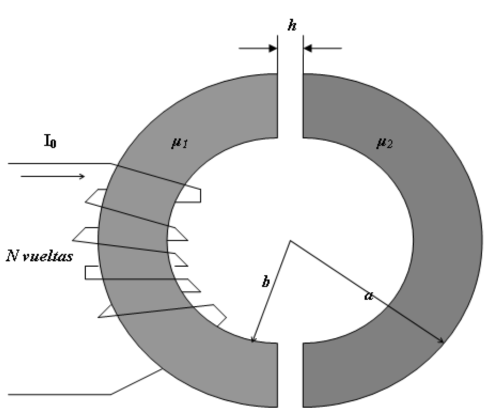

Figura 3.

Problema 4

Inductancias Mutuas

Se pretende estudiar la inductancia mutua y algunos fenómenos asociados a ella en la materia, (en forma microscópica), modelando el movimiento de los electrones con anillos conductores de corrientes I_1 e I_2, para estructuras moleculares dispares, con uno o más átomos mayores que los otros.

a) Considere dos anillos conductores cuyos planos son paralelos al plano OXY, de un sistema cartesiano de coordenadas. Los anillos llevan corrientes iguales y en el mismo sentido, y tienen radios a, y b, con $a > b$. Los centros de los anillos están separados por una distancia d, ambos sobre el eje OZ.

i. Calcule el campo magnético $\overrightarrow{B}$ en el centro del anillo más pequeño, producido sólo por la corriente que circula por el anillo más grande.

ii. Suponiendo que el campo magnético es uniforme, ($d >> a$), en toda la sección del anillos más pequeño, calcule la inductancia mutua entre los circuitos. (Un valor aproximado de ella).

b) Demuestre que la inductancia mutua se puede calcular en éste caso, sin aproximaciones, con la siguiente expresión:

$$M = M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{\overrightarrow{dl}_1 \cdot \overrightarrow{dl}_2}{r}$$

donde r es la distancia entre ambos circuitos, (en la integral, dada por la distancia entre la posición indicada por $\overrightarrow{dl}_1$, para el primer circuito, y $\overrightarrow{dl}_2$ para el segundo), y C_1 y C_2 son los circuitos 1 y 2 respectivamente. ¿Es ésta fórmula general? Si no lo es, ¿en qué casos no puede aplicarse?

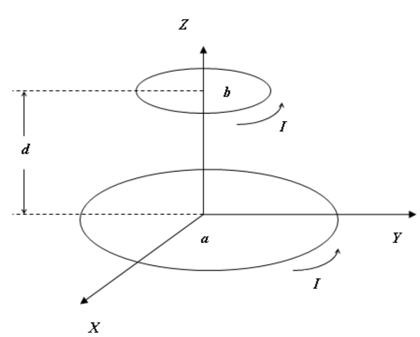

Figura 4.

Problema 5

Cálculo de $\overrightarrow{B}$ en diversas situaciones

a) Calcule el campo magnético en el origen del sistema de referencia, según la figura de más abajo. Determine el valor numérico de lo anterior para $I = 2[A]$ y $a = 5[cm]$.

b) Considere una espira formada por dos semicírculos coplanares concéntricos, de radios a y b, con $b > a$ respectivamente, unidos por dos segmentos como se indica más abajo. Suponga que por la espira circula una corriente I. Calcule el campo magnético producido por la espira en el centro de los semicírculos.

c) Considere un disco aislante de radio a sobre el que se ha depositado una densidad de carga superficial uniforme, σ. Si el disco rota en torno a su eje de simetría con velocidad angular w, calcule el campo magnético producido por el disco, sobre su eje.

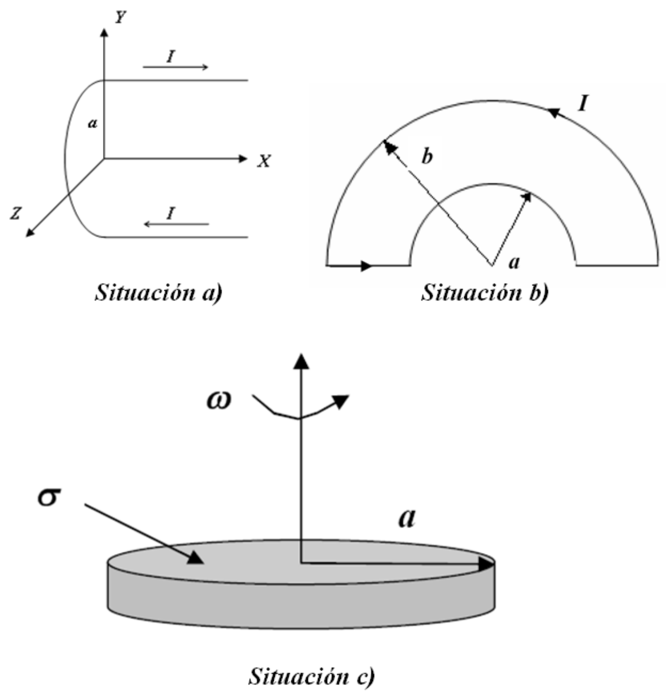

Figura 5.

Problema 6

CARGAS EN MOVIMIENTO EN PRESENCIA DE CAMPO ELÉCTRICO Y MAGNÉTICO

Considere una región del espaio donde existe un campo magnético $\overrightarrow{B} = B_0\hat{k}$, y un campo eléctrico $\overrightarrow{E} = E_0 cos(wt)\hat{k}$. Si en $t = 0$ una partícula de masa m y carga q ingresa a éste espacio, con velocidad $\overrightarrow{u} = u_0\hat{i}$, en la posición (0,0,1),

a) Determine la ecuación de movimiento de la carga, en las tres coordenadas.

b) Dibuje, en forma aproximada, la trayectoria que sigue la partícula.

Problema 7

ANTENAS Y LÍNEAS DE CAMPO

El alambre indicado en la figura tiene una longitud L y está recorrido por una corriente I. Calcular, en un punto P cualquiera situado lejos del alambre ($r >> l$):

a) El vector inducción magnética, $\overrightarrow{B}$.

b) A partir del resultado anterior, demuestre que las líneas del campo magnético en el plano (xy) son circunferencias. Para ello, prosiga como sigue:

i) Demuestre que $\overrightarrow{dr} \times \overrightarrow{B} = 0$ corresponde a la ecuación diferencial vectorial de las líneas de campo magnético.

ii) Utilice (i) para probar que las líneas de campo magnético en xy son efectivamente, circunferencias.

Para la aproximación, puede basarse en que, $\quad r' = r\sqrt{1 - 2\left(\frac{z}{r}\right)cos(\theta) + \left(\frac{z}{r}\right)^2}$
y argumentar en forma razonable.

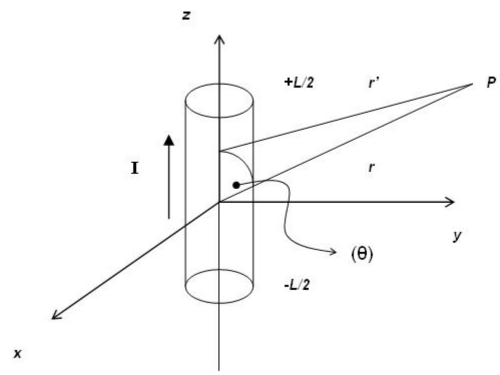

Figura 6.