Guía de Ejercicios N°3 FI2A2

Prof. Auxiliar: Felipe L. Benavides

I. Inducción, generador ideal - torques y movimiento

Problema 1.1

El generador elemental consiste en una horquilla de separación *d,* por la que puede deslizar una barra móvil de masa *m y* resistencia *R.* El circuito está inmerso en un campo magnético B perpendicular al plano de la horquilla. Con el objeto de generar una *f.e.m inducida* en el circuito cerrado formado por la horquilla y la barra móvil, ésta última se desplaza paralela a sí misma, con velocidad constante *v.*

a) ¿Cuál es la potencia que se debe entregar a la barra móvil para que ésta tenga una velocidad constante v?

b) ¿Cuánto vale la potencia disipada en la resistencia?

c) ¿Son iguales b) y c)? ¿Qué significado tiene ésto en términos de las energías involucradas, y la conversión electromecánica?

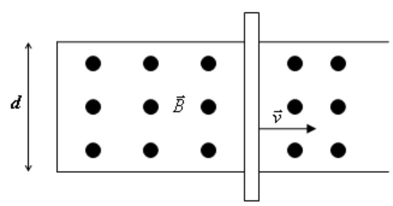

Figura 1.

Problema 1.2

Se tiene una espira rectangular conductora imperfecta de largo l, ancho h, resistencia R e inercia I (en torno al eje z), que es libre de girar en torno a dicho eje. En cierto instante se somete a un campo magnético variable en el tiempo de la forma $\overrightarrow{B} = B_0(cos(wt)\hat{\imath} + sen(wt)\hat{\jmath})$. Para lo que sigue, desprecie efectos autoinductivos.

a) Encuentre la f.e.m inducida en la espira para todo ángulo α y para todo instante t debido al campo magnético externo. (α corresponde al ángulo entre el plano de la espira y el plano XZ).

b) Encuentre la ecuación de movimiento de la espira.

c) ¿Qué sucede con la espira después de un período largo de tiempo? Avale su respuesta con cálculos explícitos.

II. AUTOINDUCCIÓN E INDUCTANCIAS MUTUAS, EL TRANSFORMADOR

Problema 2.1

Considere un sistema formado por dos bobinas de N_1 y N_2 vueltas enrolladas en un núcleo de fierro toroidal de permitividad magnética μ, según se muestra en la figura. El circuito 1 (de la izquierda) es alimentado por una fuente sinusoidal, mientras que el circuito 2 se encuentra cortocircuitado.

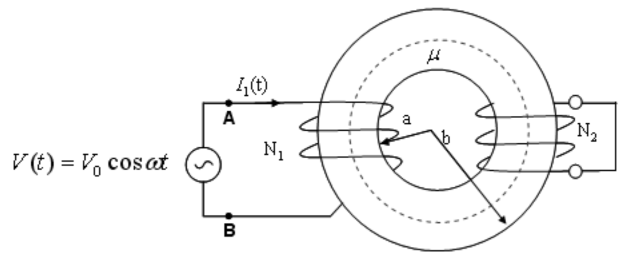

Figura 2.

Suponiendo que los circuitos 1 y 2 tienen resistencias R_1 y R_2 respectivamente, se pide:

a) Calcular el valor de las corrientes $I_1(t)$ e $I_2(t)$ cuando ha pasado mucho tiempo desde que se conectó la fuente de voltaje $V(t)$.

b) Suponga ahora que cuando por el circuito 1 se encuentra circulando la corriente máxima se produce un cortocircuito, de modo que los puntos A y B quedan unidos entre si en forma instantánea (puede suponerse que mediante un conductor de resistencia nula). En estas condiciones se pide determinar las corrientes I_1 e I_2 en función del tiempo. ¿Qué ocurre cuando ha pasado mucho tiempo ($t \to \infty$)?

III. CIRCUITOS LRC Y EVOLUCIÓN TEMPORAL

Problema 3.1

a) Considere un circuito RC serie, (i.e., una resistencia y un condensador conectados en serie), con condición inicial de voltaje V_0. ¿Cuánto vale el voltaje en el condensador, en función del tiempo? Asuma C y R conocidos.

b) Considere un circuito LR serie, (i.e., una resistencia y una inductancia conectadas en serie), con condición inicial de corriente I_0. ¿Cuánto vale el voltaje en la inductancia, en función del tiempo? Asuma L y R conocidos.

c) Considere un circuito LC serie, (i.e., una resistencia y un condensador conectados en serie), con condición inicial de voltaje en el condensador, V_0. ¿Cuánto vale el voltaje en el condensador, en función del tiempo? ¿Y la corriente por el circuito? Asuma L y C conocidos.

d) Usando las ideas de b) y c), resuelva la siguiente situación: Se tiene un circuito LC serie, (L_1y C_1), con condición inicial para el voltaje en el condensador, y con la inductancia acoplada a otro circuito RL serie, (R_1 y L_1 conocidos), sin circulación de corriente al instante inicial. ¿Cuánto vale el voltaje en la resistencia, si la constante de acoplamiento entre las bobinas es M?

IV. ENERGÍA MAGNÉTICA Y FUERZAS ASOCIADAS - ELECTROIMÁN, RESORTE COMPRIMIDO

Problema 4.1

En la figura de más abajo se muestra un toroide delgado de sección circular A, que posee un enrollado de N vueltas con una corriente I_0. El toroide se compone de dos mitades con permeabilidades magnéticas μ_1 y μ_2 respectivamente. Dichas mitades se encuentran separadas una pequeña distancia h. ($h << a, b$). Suponiendo que el alambre conductor de la bobina tiene una resistencia despreciable, se pide estimar, (lo más preciso posible),

a) Energía almacenada en el sistema, en régimen permanente.

b) Fuerza sobre la parte derecha del entrehierro, asumiendo que la izquierda está fija.

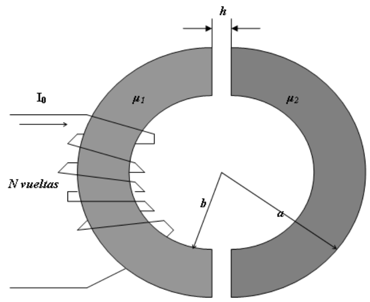

Figura 3.

Problema 4.2

Un experimento que suele utilizarse para ilustrar la fuerza magnética es el de la contracción que sufre un resorte al hacer circular por él una corriente. Para tal efecto, considere un resorte de constante elástica k y de largo natural l_0. Supongamos que el resorte está hecho de un material conductor, que tiene N vueltas, (espiras), y que es de sección transversal de área A. ¿Cuánto se comprime el resorte al hacer circular una corriente I por él?

V. Ecuaciones de Maxwell

Vector de Poynting, Ondas Planas, Intensidad de Ondas, Polarizacion *(problemas cortos)*

Problema 5.1

Un alambre cilíndrico recto de conductividad g y área de sección transversal A, conduce una corriente uniforme de intensidad I. Determine la dirección y magnitud del vector de Poynting en la superficie del alambre. Integre la componente normal del vector de Poynting sobre la superficie del alambre, de longitud L, y compare el resultado con el calor de Joule producido por éste segmento.

Problema 5.2

a) Calcule el campo eléctrico de la radiación electromagnética en la superficie del sol, sabiendo que la potencia irradiada por él es de aprox. $3.8 \cdot 10^{26}[W]$, y que su radio es, también aprox., $7 \cdot 10^{8}[m]$.

b) En un día soleado, la tierra recibe aproximadamente 1300 $\left[\frac{W}{m^2}\right]$ de energía radiante procedente del sol. Suponiendo que la radiación está en forma de onda plana monocromática, incidiendo normal a la superficie, calcule la magnitud de los vectores de campo eléctrico y magnético.

Problema 5.3

Una onda electromagnética tiene una frecuencia de 1000 MHz y se propaga en el vacío. El campo magnético es, (B_0 conocido),

$$\overrightarrow{B}(z,t) = B_0 cos(kz - wt)\hat{i}$$

a) Encuentre la frecuencia angular, longitud de onda y dirección de propagación de la onda.

b) Encuentre el campo eléctrico, $\overrightarrow{E}(z,t)$

c) Encuentre el vector de Poynting y la intensidad de la onda.

Problema 5.4

Una fuente esférica de 40 $[W]$ emite radiación electromagnética isotrópicamente, de longitud de onda λ_0. A un metro de distancia, ésta puede considerarse una onda plana.

a) Escriba el campo eléctrico de la onda en el punto P de coordenadas $x = cos(30)[m]$, $y = sen(30)[m]$. Considere que el campo eléctrico es perpendicular al plano XY.

b) Calcule la amplitud del campo eléctrico.

c) Calcule el campo magnético de la onda, magnitud y dirección.

Problema 5.5

Dos ondas electromagnéticas que se propagan en la misma dirección, tienen igual frecuencia, número de onda y amplitud. Las ondas están circularmente polarizadas, en sentido opuesto. Demuestre que la onda resultante está linealmente polarizada, y calcule su amplitud.

Problema 5.6

Describa completamente el estado de polarización de las siguientes ondas:

a) $\overrightarrow{E} = \hat{x}E_0 cos(kz - wt) - \hat{y}E_0 cos(kz - wt)$

b) $\overrightarrow{E} = \hat{x}E_0 sen(2\pi z/\lambda - wt) - \hat{y}E_0 sen(2\pi z/\lambda - wt)$

c) $\overrightarrow{E} = \hat{x}E_0 sen(wt - kz) + \hat{y}E_0 sen(wt - kz - \pi/4)$

d) $\overrightarrow{E} = \hat{x}E_0 cos(wt - kz) + \hat{y}E_0 cos(wt - kz + \pi/2)$

Especifique si se trata de ondas planas polarizadas en un plano, elípticamente polarizadas o circularmente polarizadas. Indique la helicidad cuando corresponda.

Problema 5.7

Tres fuentes puntuales de luz monocromática de igual intensidad están igualmente equiespaciadas sobre una línea recta. (Distancia d entre ellas). A gran distancia y paralela a las fuentes se coloca una pantalla. Calcule la distribución de intensidad de luz sobre la pantalla a lo largo de una recta paralela a las fuentes, en el caso en que las tres tienen misma frecuencia y fase.

VI. Propagación en medios conductores

Problema 6.1

El campo eléctrico de una onda electromagnética que se propaga en un medio conductor, (buen conductor), en la dirección $\hat{z}$, tiene la forma:

$$\overrightarrow{E}(z,t) = \hat{x}E_0 e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\frac{z}{\delta} - wt)}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma w}}$$

donde σ es la conductividad del medio y w es la frecuencia angular de la radiación.

a) Encuentre la diferencia de fase que existe entre los vectores $\overrightarrow{E}$ y $\overrightarrow{B}$, dentro del medio conductor.

b) Calcule el promedio temporal del vector de Poynting asociado a la onda escrita al principio.

c) Usando a) y b), considere la siguiente situación: Un equipo de radar sumergido en el mar está premunido de un emisor de radiación electromagnética de 1000 Hz y de un detector que mide la radiación reflejada por un objeto que se interpone en el camino de la onda. Considerando que la conductividad del agua de mar es $\sigma = 6\left[\frac{1}{\Omega m}\right]$, estime la distancia máxima a que puede estar un objeto para que aún pueda ser detectado por el equipo. Suponga que la intensidad de la radiación en el punto de emisión es I_0, y que el equipo puede detectar hasta radiación de intensidad $I_0/1000$.

Problema 6.2

Demuestre que la ecuación $\overrightarrow{E}(z,t) = \hat{x}E_0 e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\frac{z}{\delta}-wt)}$ satisface ser el campo eléctrico de una onda electromagnética en un medio de buena conductividad. Para ello, escriba la ecuación de ondas electromagnéticas y desprecie el término $\mu\varepsilon\frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial t^2}$. Puede intentar resolver directamente, o escribir el campo eléctrico dado y verificar que satisfaga la expresión.

VII. Reflexión - Refracción

Problema 7.1

Considere una lámina de vidrio de espesor d e índice de refracción n colocada en el vacío. Sobre ella inciden ondas electromagnéticas en dirección normal. Suponga que las ondas incidentes se propagan en la dirección positiva del eje z y que la lámina está contenida en el plano xy.

a) Escriba la expresión del campo eléctrico y magnético de las ondas: Al lado izquierdo de la lámina, dentro de ella y al lado derecho. En estado estacionario, al lado izquierdo y dentro de la lámina existen ondas que viajan en direcciones $+z$ y $-z$.

b) Escriba las condiciones de borde en $z = 0$ y $z = d$, en función de los campos especificados en a).

c) Encuentre la amplitud de la onda en la zona $d \leq z$. Suponga conocida sólo la amplitud del campo eléctrico incidente.

Nota: Utilice el sistema de coordenadas de la figura de más abajo, y considere que el vector de campo eléctrico de todas las ondas apunta perpendicular al plano de la hoja, y hacia adentro.

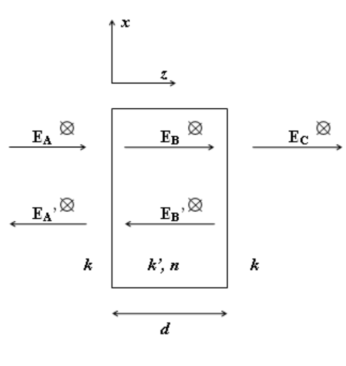

Figura 4.