FI2002-3 2010B **Examen** Prof: Simón Casassus

1 de Diciembre de 2010 3 h Ayudantes: Daniela Mancilla & Pablo Castellanos

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

Relaciones útiles:

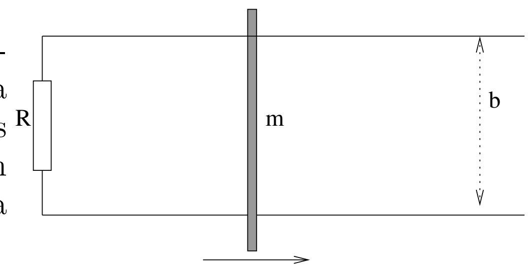
$\vec{D} = \epsilon\epsilon_\circ \vec{E}$ $\vec{B} = \mu\mu_\circ H$, $\mu_\circ = 4\pi\ 10^{-7}$ T m A^{-1},

Fuerza de Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Potencial dipolar: $\vec{p} \cdot \vec{r}/(4\pi\epsilon_\circ r^3)$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_l$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_l + \partial\vec{D}/\partial t$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$

I Inducción y efecto Joule

Una barra de masa m se desliza sin fricción sobre dos rieles paralelos, conductores, y separados por una distancia b. Existe un campo $\vec{B}$ perpendicular al plano de los rieles (ver figura), y una resistencia R conecta los dos rieles en un extremo. En $t = 0$ se imparte una velocidad $v_\circ$ a la barra, en dirección opuesta a la resistencia.



1. (`3 pt`) ¿Cuando deja de desplazarse la barra?
2. (`2 pt`) ¿Cuanta distancia a recorrido la barra cuando deja de desplazarse?
3. (`1 pt`) Describa el balance energético del sistema.

II Esfera conductora en una campo eléctrico uniforme.

Una esfera conductora de radio a, neutra, se encuentra inmersa en un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = E\hat{z}$.

1. (`1 pt`) ¿Cuál es el campo eléctrico dentro de la esfera? Escriba el potencial eléctrico en el interior, y lejos de la esfera.
2. (`2 pt`) Modelamos la influencia de la esfera sobre su entorno como un dipolo eléctrico con momento $\vec{p}$. Escriba el potencial eléctrico debido a este dipolo, y exija continuidad en la superficie de la esfera para encontrar el potencial Φ en todo el espacio.
3. (`2 pt`) Confirme por el cálculo directo que la solución anterior satisface la ecuación de Laplace, $\nabla^2\Phi = 0$, y confirme que tiene el comportamiento asintótico correcto lejos de la esfera. Concluya usando el teorema de unicidad en electrostática - contabilice las ecuaciones impuestas entre θ y r por las condiciones de borde, y compárelas con el número de constantes de integración de $\nabla^2\Phi = 0$.
4. (`1 pt`) Calcule la distribución de carga superficial en la esfera.

III Ondas esféricas.

Supongamos una antena especial que emite ondas electromagnéticas en forma isotrópica, o sea, que las magnitudes de los campos eléctricos y magnéticos no varían con la orientación y solo dependen de la distancia r a la antena (simetría esférica).

Elija un sistema de coordenadas esféricas cuyo origen coincide con la posición de la antena y cuyo eje polar está orientado de tal manera que el campo eléctrico de la onda electromagnética emitida por la antena tenga solamente una componente en la dirección θ, o sea, $E_\theta \neq 0$, $E_r = 0$, $E_\phi = 0$.

1. (`2 pt`) Demuestre que una solución particular de la ecuación de onda en coordenadas esféricas es:
$$E_\theta(r) = \frac{E_\circ}{r} \exp\left[i(\omega t - kr)\right].$$

2. (`3 pt`) Calcule el campo magnético B para la onda del Punto 1 y también el vector de Poynting.

3. (`1 pt`) Para la onda de la pregunta a) determine la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de propagación.

Nota: se pide expresar todas sus repuestas en función de los datos ω, k, y $E_\circ$.