

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

Relaciones útiles:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\phi, \quad \text{cargas de polarización: } \sigma_P = \hat{S} \cdot \vec{P}, \quad \rho_P = -\nabla \cdot \vec{P}.$$

Coordenadas esféricas:

$$\vec{\nabla}\Phi = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial\Phi}{\partial\theta}, \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial\Phi}{\partial\phi} \right), \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 A_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin\theta} \left[\frac{\partial A_\theta \sin\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} \right],$$

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \left[\frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\Phi}{\partial\theta} \right) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2} \right].$$

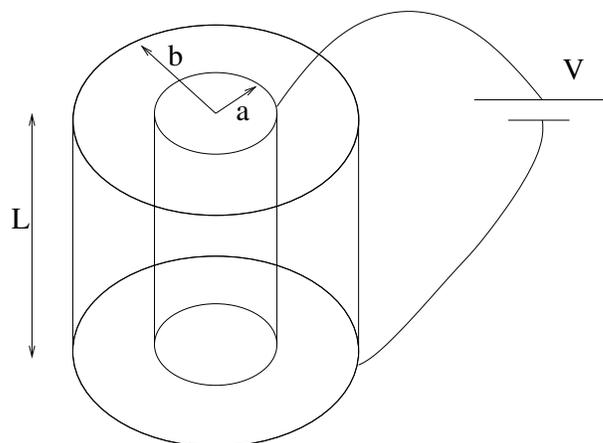
$$\text{Coordenadas cilíndricas, } \nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

I Ejemplos del ‘método de imágenes’.

- (4.0pt) Considere una carga q a una distancia a de una placa conductora, de dimensiones mucho más grande que a (es decir una placa infinita), con potencial $\phi = 0$ y conectada a tierra, es decir pueden ir y venir cargas desde ∞ . Ponemos un eje \hat{z} normal a la placa y pasando por la carga.
 - Calcule el potencial y el campo eléctrico en $z > 0$.
 - ¿Cuál es la fuerza aplicada a la carga q ?
 - Calcule la densidad de carga superficial en la placa conductora, y la carga total generada en la placa.
- (2.0pt+) Considere una carga q a una distancia a del punto más cercano en una esfera conductora de radio R , con $\phi = 0$. Calcule el potencial y el campo eléctrico en todas partes, así como la densidad superficial de cargas y la carga total generada en la esfera, para cuando la carga se encuentra afuera de la esfera, y luego cuando la carga se encuentra adentro.

II Condensador cilíndrico.

Consideramos un cable coaxial compuesto por dos conductores cilíndricos, de radios a y b , separados por vacío. Mantenemos una diferencia de potencial V_0 conectando los conductores a una batería.



1. (1.0pt) Calcule el potencial eléctrico $\phi(\vec{r})$ y el campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r})$ en todo el espacio.
2. (1.0pt) Logran escapar cargas de las placas cuando en alguno de sus puntos el campo eléctrico es superior a E_s . ¿Cuál es el voltaje máximo aplicable al conductor antes de que falle el condensador?
3. (1.0pt) ¿Cuál es la carga Q en los conductores, si el largo del condensador es L ?
4. (1.0pt) Explique porque espera una relación de proporcionalidad entre Q y V_0 , $Q = CV_0$, y escriba una expresión para C .
5. (1.0pt) ¿Cuál es la energía potencial electrostática U almacenada en el condensador?
6. (1.0pt) Si el cilindro puede desplazarse hacia arriba a lo largo de su eje, correspondiente al eje \hat{z} ¿Cuál es la fuerza total aplicada al cilindro interno en dirección de \hat{z} cuando el desplazamiento es z ? (Desprecie efectos de borde, y tome $z = 0$ cuando el volumen del condensador es máximo).

III Cargas de polarización.

1. (3 pt) Una varilla delgada de aislante de sección A se extiende hacia el eje X desde $x = 0$ hasta $x = L$. El vector polarización de la varilla apunta a lo largo de ella y está dado por $\vec{P} = (ax^2 + b)\hat{x}$. Encuentre la densidad volumétrica de carga de polarización y la carga superficial de polarización en cada extremo. Demuestre en forma explícita que la carga total de polarización se anula.
2. (3 pt) Considere un material dieléctrico con un volumen \mathcal{V} finito, sin carga neta. Sometemos este dieléctrico a un campo aplicado $\vec{E}(\vec{x})$, cualquiera. Se induce entonces un campo de polarización $\vec{P}(\vec{x})$ en el dieléctrico, con sus correspondientes cargas de polarización. Demuestre que, en general, la carga total de polarización siempre es nula.