

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora. )

### Relaciones útiles:

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$$

$$u = \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2}\vec{H} \cdot \vec{B}, \quad \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_l \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_l + (\partial\vec{D}/\partial t) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$$

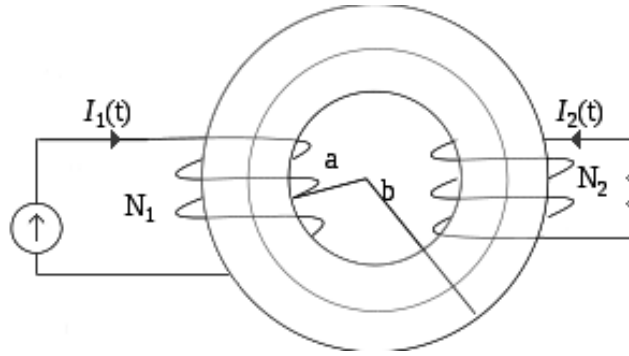
$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{a}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{a}) - \nabla^2\vec{a}.$$

### I Ejemplos del ‘método de imágenes’.

- (3.0pt) Considere una carga  $q$  a una distancia  $a$  de una placa conductora, de dimensiones muchos mas grande que  $a$  (es decir una placa infinita), con potencial  $\phi = 0$  y conectada a *tierra*, es decir pueden ir y venir cargas desde  $\infty$ . Ponemos un eje  $\hat{z}$  normal a la placa y pasando por la carga.
  - Calcule el potencial y el campo eléctrico en  $z > 0$ .
  - ¿Cuál es la fuerza aplicada a la carga  $q$ ?
  - Calcule la densidad de carga superficial en la placa conductora, y la carga total generada en la placa.
- (3.0pt) Considere una carga  $q$  a una distancia  $a$  del punto más cercano en una esfera conductora de radio  $R$ , con  $\phi = 0$ . Calcule el potencial y el campo eléctrico en todas partes, así como la densidad superficial de cargas y la carga total generada en la esfera, cuando la carga se encuentra afuera de la esfera.

### II Transformador de corriente.

Se tiene un transformador toroidal formado por dos bobinas de  $N_1$  y  $N_2$  vueltas respectivamente, dispuestas como se ilustra en la figura. La bobina del lado izquierdo tiene conectada una fuente de corriente que impone una corriente alterna  $i_1(t) = I \text{ sen}(\omega t)$ , mientras la bobina del lado derecho sólo tiene conectada una resistencia de valor  $R$ . El núcleo del transformador es de material ferromagnético con permeabilidad  $\mu$ . Estudiaremos la relación entre  $i_2$  y  $i_1$ , aproximando el campo magnético en todo el toroide por el que hay en el punto medio del mismo.



1. (+0.5pt) Explique porque el núcleo 'conduce' el campo magnético, i.e. explique porque es aproximadamente constante en azimuth.
2. (3.0pt) Calcule la corriente  $i_2(t)$  que circula por la bobina del lado derecho, considere que la fuente de corriente del lado izquierdo fue conectada hace mucho tiempo (ayuda: use la Ley de Ampère para escribir la ecuación diferencial que rige  $i_2(t)$  para todo  $t$ ).
3. (1.5pt) Calcule las inductancias propias de cada bobina,  $L_1$  y  $L_2$ , además de la inductancia mutua  $M$  entre ellas (ayuda:  $V_2 = -M di_1/dt$ ). Encuentre también el coeficiente de acoplamiento  $k = M/\sqrt{L_1 L_2}$  ¿Qué fenómeno físico cuantifica este coeficiente? ¿Cómo cambia  $k$  si se utiliza un material diamagnético en el núcleo?
4. (1.5pt) Describa el fenómeno de histéresis magnética, y explique porque se calienta el transformador.

### III Generalidades en ondas planas monocromáticas (OPMs).

Lejos de su fuente de emisión, una señal electromagnética arbitraria se puede descomponer como una suma continua de OPMs. Derivemos algunos resultados generales sobre las OPMs.

1. (1.5pt) Obtenga la ecuación de ondas partiendo de las ecuaciones de Maxwell, y deduzca la velocidad de propagación  $c$  en un medio con constantes  $\epsilon$  y  $\mu$ .
2. (1.5pt) Escriba una expresión general para el campo  $\vec{E}$  de una OPM, en notación compleja, que viaje en dirección  $\hat{z}$  y con número de onda  $k$  y frecuencia angular  $\omega$ . Verifique que satisface la ecuación de ondas.
3. (1.5pt) Demuestre que para una onda plana monocromática  $\vec{B} = \vec{k} \times \vec{E}/c$ , en que  $k = 2\pi/\lambda$  es el número de onda.
4. (1.5pt) Relacione el vector de Poynting de una OPM con la densidad de energía electromagnética, e interprete su significado físico.