FI2002-1 2014A — **Control 2** — Prof: Simón Casassus

8 de Mayo de 2014 — 3 h — Ayudantes: Rodrigo Chi & César Diaz

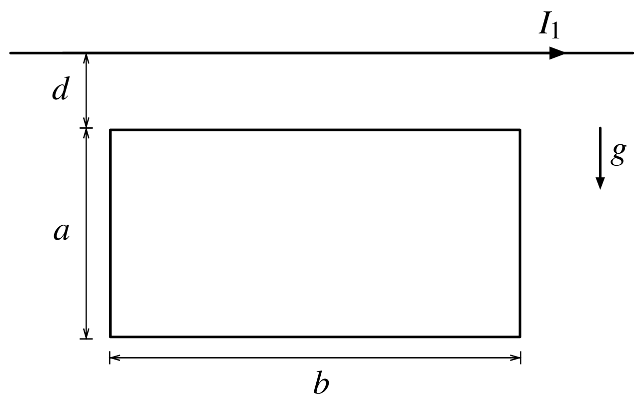
(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

Relaciones útiles:

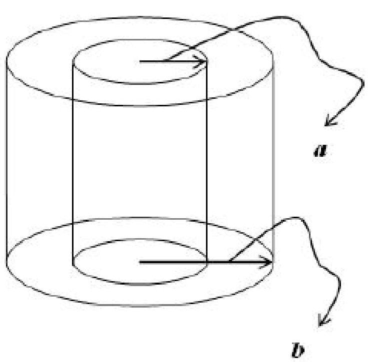
$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$, $\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_L$, $\vec{D} = \epsilon\epsilon_\circ\vec{E}$, $\vec{j} = \sigma\vec{E}$, $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_\circ\vec{j}$, $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$.

I Espira levitando

Si la masa total de la espira es M, determine el sentido y magnitud de la corriente en la espira para que no caiga bajo gravedad.



II Superposición de Campos Magnéticos y Ley de Ampère



Se tiene un conductor en la forma de una capa cilíndrica recta, infinita, de radio interior a y radio exterior b. Este conductor tiene una densidad de corriente que, expresada en coordenadas cilíndricas, es:

$$\vec{J}(a \leq \rho \leq b) = \frac{\alpha}{\rho}\hat{\theta} + \beta\hat{k}$$

Con α y β constantes conocidas. Obtenga el campo magnético en todas partes.

III Capacidad y resistencia.

Dos conductores cilíndricos paralelos (infinitamente largos) de radio "a" están inmersos en una sustancia de conductividad eléctrica σ_c y permitividad eléctrica elativa ϵ, como se muestra en la Fig. 1. La distancia entre los ejes de los dos conductores es $d(> 2a)$ y su resistividad eléctrica es despreciablemente pequeña. Determinaremos la resistencia eléctrica por unidad de largo entre los dos conductores.

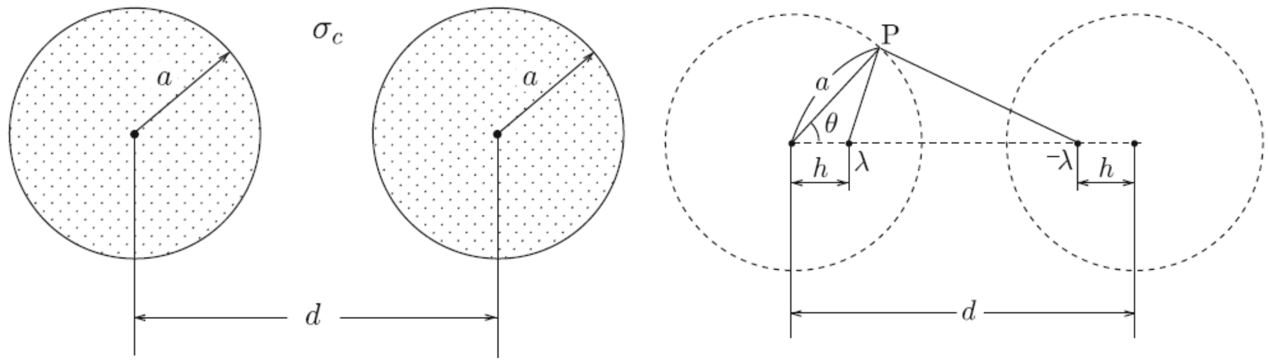


Figura 1: Izquierda: Diagrama del problema original con dos cilíndros inmersos en un medio de conductividad σ_c. Derecha: El problema equivalente con distribuciones de cargas virtuales $\pm\lambda$.

1. Calcule la capacitancia entre los dos conductores. La diferencia de potencial entre los dos conductores puede obtenerse a partir de densidades de carga virtuales (con densidades de carga lineal $\pm\lambda$ y también infinitas) dispuestas de manera apropiada para producir un potencial constante sobre la superficie de cada cilíndro.

   a) (`0.5 pt`) Sabiendo que el potencial producido por una densidad lineal de carga es $\phi(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_\circ}\ln(r)$, demuestre que el potencial que satisface lo requerido evaluado sobre el punto P (Fig. 1) es:

   $$\phi(a,\theta) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_\circ}\left\{\ln\frac{C_+}{(a^2+h^2-2ah\cos\theta)^{1/2}} - \ln\frac{C_-}{(a^2+(d-h)^2-2a(d-h)\cos\theta)^{1/2}}\right\}$$

   Donde C_+ y C_- son constantes.

   b) (`1.0 pt`) Justifique el potencial en la superficie de los cilíndros debe ser independiente de θ, demuestre entonces que esto se satisface si

   $$\frac{ah}{a^2+h^2} = \frac{a(d-h)}{a^2+(d-h)^2}$$

   Encuentre también el valor de h.

   c) (`2.0 pt`) Teniendo en cuenta que en el plano central entre los cilíndros el potencial se anula, encuentre el valor de C_+ y C_- para el cual esto ocurre y demuestre que el potencial en la superficie del cilíndro de la izquierda resulta ser:

   $$\phi(a) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_\circ}\ln\frac{d+\sqrt{d^2-4a^2}}{2a}$$

   d) (`0.5 pt`) Escriba la capacitancia por unidad de largo.

2. (`2.0 pt`) Deduzca la resistencia por unidad de largo. Ayuda: escriba la intensidad de corriente I que cruza la superficie del cilíndro izquierdo en función del campo eléctrico (que depende de la posición en la superficie), luego relacione I con la densidad de carga superficial (también variable), y finalmente con la carga total por unidad de largo.