

Electromagnetismo

2014

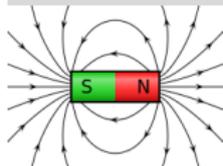
Simon Casassus Astronomía, Universidad de Chile

<http://www.das.uchile.cl/~simon>

- I Electrostática
- II Magnetostática
- III Inducción y ondas electromagnéticas.

Parte II

Magnétostática



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

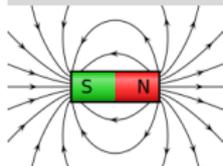
Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Cargas en movimiento cerca de corrientes eléctricas son sometidas a una fuerza adicional a la del campo eléctrica, y parametrizable en términos de un campo vectorial llamado “*campo magnético*”. En este capítulo estudiaremos el caso de corrientes estacionarias, i.e. la magnetostática.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

- Corrientes y resistencias
- Ecuación de continuidad
- fem y efecto Joule

Campo magnético

- Fuerza de Lorentz y efecto Hall
- Dipolo magnético
- Ley de Biot-Savart y potencial vector
- Ley de Ampère

Materiales magnéticos

- Momentos magnéticos microscópicos
- Campo \vec{B} producido por un dipolo.
- Magnetización
- Campo \vec{H}
- Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias

Ecuación de continuidad

fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

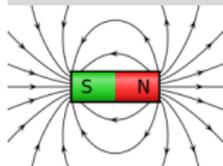
Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias

Ecuación de continuidad

fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

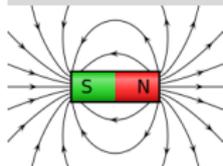
Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

1.1-Intensidad de corriente



Para medir el flujo de carga eléctrica usamos la *densidad de corriente*

$$\vec{j} = nq\vec{v}, \text{ y la intensidad de corriente } I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Las unidades de I son Ampère, $A = C s^{-1}$, y las de \vec{j} son $A m^{-2}$.

Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias

Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

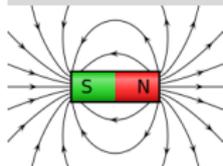
Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

1.1-Ley de Ohm

- Consideremos un cable de largo l , y con una diferencia de potencial eléctrico V entre sus extremos: $V = \Delta\phi = El$. En ausencia de \vec{E} no hay corrientes \Rightarrow a primer orden $\vec{j} \propto \vec{E}$, si $\|\vec{E}\|$ es suficientemente “pequeño”.
- Ponemos $\vec{j} = \sigma \vec{E}$.
- El movimiento de los electrones es libre bajo la influencia de \vec{E} , pero se ve obstaculizado por choques con defectos o impurezas en el conductor.
- Entre cada choque que sufran los e-, son acelerados por \vec{E} , i.e. con $m\dot{v} = qE \Rightarrow v = qEt/m + v(0)$.
- Para calcular la conductividad σ aplicamos teoría cinética a un gas ideal de e-. El tiempo entre colisiones $\tau = l/v_T$, en que l es el libre camino medio entre impurezas $l = 1/(n_i A_i)$, y $v_T = \sqrt{3kT/m}$ es la velocidad termal.
- En promedio $v(0) = 0$, $v = \frac{qE}{m}\tau$, y como $\vec{j} = nq\vec{v}$,
 $j = nq^2 \frac{E}{m} \tau \Rightarrow \sigma = nq^2 \tau / m = nq^2 / \left(n_i A_i \sqrt{3mkT} \right)$.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias

Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

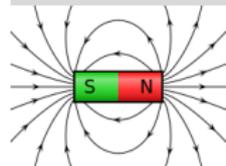
Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

1.1-Valores típicos de conductividad

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

material	cobre	H ₂ O+NaCl	vidrio	madera
$\sigma/\text{Ohm m}^{-1}$	$5,9 \cdot 10^7$	23	10^{-10}	10^{-11}



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias

Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

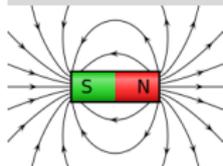
Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

1.1-Resistencia

Con $E = V/d$, y $I = A\sigma E = \sigma AV/d$, tenemos

$$j = \sigma E,$$

$$V = RI \text{ con } R = \frac{d}{\sigma A}.$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias

Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

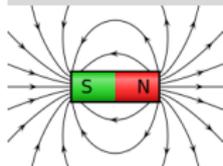
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias

Ecuación de continuidad

fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

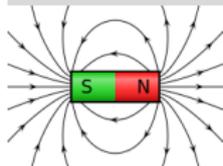
1.2-Ecuación de continuidad

Consideremos la variación temporal de la carga Q encerrada en un volumen \mathcal{V} :

$$Q(t) = \int_{\mathcal{V}} \rho d\mathcal{V}.$$

Por conservación de carga, la variación de $Q(t)$ es igual al flujo de cargas por la superficie \mathcal{S} que encierra al volumen \mathcal{V} :

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \int \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V} = - \int_{\mathcal{S}} \vec{j} \cdot d\vec{S}, \\ \Leftrightarrow \int \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V} &= - \int_{\mathcal{S}} \vec{\nabla} \cdot \vec{j} d\mathcal{V}, \text{ para cualquier } \mathcal{V}, \\ \Leftrightarrow \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0}.\end{aligned}$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias

Ecuación de continuidad

fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

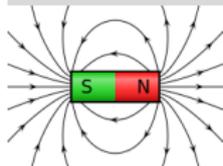
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

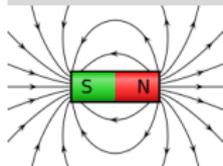
Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

1.3- Fuerza electromotriz

- Vimos en electrostática que en un conductor $\vec{E} = 0 \Rightarrow \phi = Cte \Rightarrow V = 0$. Luego, para establecer una corriente en un cable conductor es necesario mantener los extremos del cable a una diferencia de potencial $V \neq 0$ usando una *batería*, o una “fem” V .
- La batería transforma energía potencial química en energía potencial eléctrica (tal como la que se acumula en un condensador).
- Ejemplo: ver la batería descrita en Feynman II, 22-2, p22-7.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad

fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

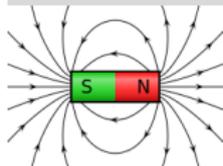
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

1.3-Potencia disipada

- Dados V en un cable de largo l , $\vec{E} = \text{Cte} = \vec{j}/\sigma$, o sea la $\langle v \rangle$ de los e^- es Cte.
- Dado que $\langle v \rangle$ es Cte, los e^- no son acelerados en promedio, y la energía potencial correspondiente a la caída de potencial, que debiera convertirse en un incremento de energía cinética, se disipa en calor a través de la fricción de los e^- con los defectos o impurezas en el conductor.
- $dU = Vdq \Rightarrow P = V \frac{dq}{dt} \Rightarrow \boxed{P = VI = RI^2}$.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias

Ecuación de continuidad

fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

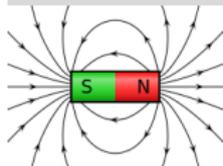
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

2.1-Fuerza de Lorentz

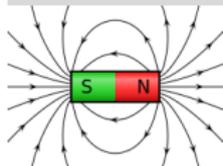
- Una carga en movimiento cerca de otras cargas en movimientos es afectada por un campo adicional al campo eléctrico, parametrizable en términos de otro campo vectorial, llamado campo magnética \vec{B} . Este efecto radica en la transformación relativista de los campos eléctricos de las cargas involucradas desde un sistema de inercia a otro. Para más detalles, revisar Feynman II.
- La fuerza neta percibida por una carga q se llama la fuerza de Lorentz, y escribe

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}.$$

- Las unidades de B son

$$[B] = \frac{\text{N}}{\text{C m s}^{-1}} = \text{T} = 10^4 \text{G},$$

en que el Tesla se usa en MKS, mientras que el Gauss se usa en CGS.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

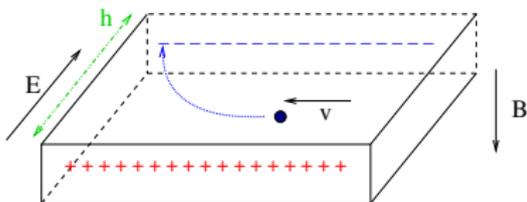
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

2.1-Efecto Hall

Para medir \vec{B} podemos usar por ejemplo el efecto Hall.



Si $\vec{v} \perp \vec{B}$, el movimiento de la carga en azul (un electrón) es circular uniforme con radio de Larmor $r_L = v/\omega_L$,

$$\omega_L = \frac{eB}{2m} = v/r_L \text{ (tarea).}$$

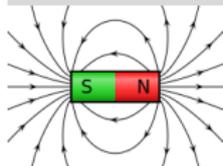
Si $h \ll r_L$, en una situación estacionaria

$$-e\vec{E} = e\vec{v} \wedge \vec{B}, \text{ con } E = V/h, \Rightarrow V = vBh,$$

$$\text{y como } I = nevA, \text{ con } A \text{ sección del conductor, } V = \frac{IhB}{neA}.$$

AN: $B \sim 1$ T, barra de cobre de $0,5 \times 0,1$ cm, $I = 1$ A, y 1 e-libre por átomo de cobre $\Rightarrow V \sim 10^{-7}$ V. Es más conveniente usar semiconductores¹, con n chico ($\ll 1$ e-libre por átomo).

¹conduce en una sola dirección



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

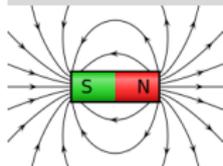
Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

2.1-Ausencia de carga magnética

Podemos medir las líneas de \vec{B} usando, por ejemplo, el efecto Hall. Se encuentra que son cerradas: no tienen origen ni fin. Para un volumen cualquiera, igual tantas líneas entran y salen de \mathcal{V} , de manera que

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0} .$$

Por analogía con \vec{E} vemos que no existen cargas magnéticas.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

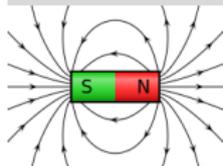
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

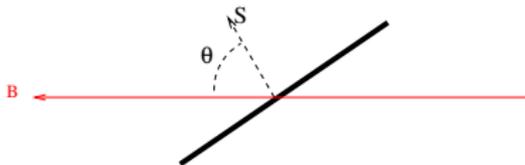
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

2.2- Torque sobre un dipolo magnético

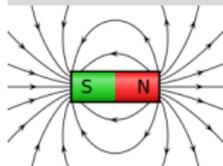
Consideremos un circuito eléctrico rectangular, con brazos verticales de largo L_1 , brazos horizontales L_2 , y sección A , por el cual pasa una corriente I , y que es permeado por un campo magnético \vec{B} , como se indica en la Fig., en una proyección de planta.



El torque debido a la resultante de la fuerza de Lorentz que actúa sobre los electrones es

$$\begin{aligned}\Gamma &= 2 \frac{L_2}{2} (nL_1 A) q |\vec{v} \times \vec{B}| \sin(\theta) = L_2 L_1 I B \sin(\theta) \\ &= I S B \sin(\theta), \text{ o sea } \vec{\Gamma} = I \vec{S} \times \vec{B}.\end{aligned}$$

Definimos el *momento dipolar magnético* $\vec{m} = I \vec{S}$, de manera que $\vec{\Gamma} = \vec{m} \times \vec{B}$.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

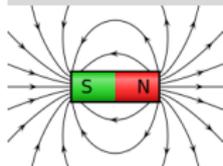
Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

2.2- Energía del dipolo magnético

Existe una energía potencial magnética asociada al torque. Análogamente a $\vec{F} = -\vec{\nabla}U$, si orientamos la coordenada s según \vec{F} entonces $F \sim -\partial U/\partial s$. En caso de la aplicación de torque a un cuerpo rígido, r mide la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza F y el eje de rotación, o sea r es la 'palanca'. Si θ es el ángulo de rotación tenemos $\partial s = r\partial\theta$, y $\Gamma = rF$, de manera que $\Gamma \sim -\partial U/\partial\theta$. Entonces

$$U = -ISB \cos(\theta) \Rightarrow \boxed{U = -\vec{m} \cdot \vec{B}}$$

La forma de esta energía magnética es muy similar a la del dipolo eléctrico ($-\vec{p} \cdot \vec{E}$), lo cual motiva el uso de las palabras 'momento dipolar magnético', por analogía con el momento dipolar eléctrico.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall

Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

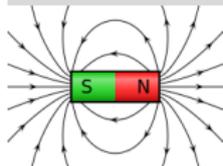
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

2.3-Ley de Bio-Savart

El campo \vec{B} producido por una carga q' con velocidad \vec{v}' es

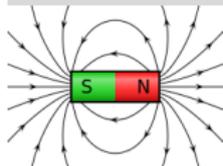
$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} q' \vec{v}' \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \text{ con } \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}.$$

Entonces un elemento de circuito con intensidad $I = nAq'v'$ y largo $d\vec{l}$ produce un campo

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} q' n A v' d\vec{l} \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3},$$

y para un circuito cerrado,

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \oint d\vec{l} \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}.$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

2.3- Potencial vector

Pasemos al continuo:

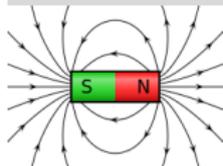
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} q' \vec{v}' \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rightarrow d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$
$$q' \rightarrow \rho dV', \text{ con } \vec{j}(\vec{r}') = \rho(\vec{r}') \vec{v}'.$$

Notamos que $(\vec{r} - \vec{r}') / |\vec{r} - \vec{r}'|^3 = -\vec{\nabla} (1/|\vec{r} - \vec{r}'|)$, y

$$d\vec{B}(\vec{r}) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \vec{j}(\vec{r}') \times \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{\nabla} \times \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV',$$

$$\text{entonces } \vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{\nabla} \times \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'.$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}}, \text{ con } \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'.$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

2.3- Potencial vector y ausencia de cargas magnéticas

Como $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, hay un cierto grado de libertad en la definición de \vec{A} , llamado “libertad de Gauge”. Si le agregamos un vector constante, \vec{B} queda invariante. Además, como $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \Lambda(\vec{r}) = 0$ para cualquier Λ , también queda invariante \vec{B} al agregar $\vec{\nabla} \Lambda$.

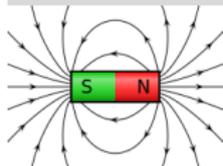
La forma más general posible de \vec{A} es entonces

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left\{ \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{1}{|\vec{r}_0 - \vec{r}'|} \right\} \vec{j}(\vec{r}') dV' + \vec{\nabla} \Lambda(\vec{r}).$$

Notamos que

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \equiv 0,$$

es decir la ausencia de cargas magnéticas es consecuencia de Biot-Savart.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético

Ley de Biot-Savart y potencial vector

Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

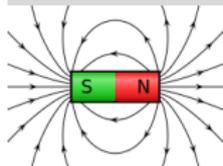
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

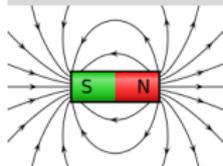
Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

2.4-Ley de Ampère

Otra consecuencia de la ley de Biot-Savart es la ley de Ampère: en regimen estacionario,

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{j}(\vec{r}) .$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector

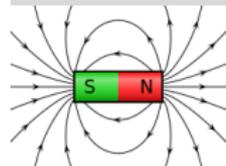
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Ejemplos: calculos de \vec{B} usando Ley de Ampère

- Alambre infinito
- Solenoide



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector

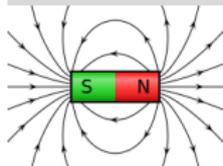
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

3-Materiales magnéticos

- Materia = átomos, con e- en movimientos orbitales \approx corrientes microscópicas, y con “espines” \approx dipolos magnéticos microscópicos $\vec{\mu}$.
- ¿Cuál es la interacción entre la asamblea de corrientes $\vec{\mu}$ con un campo externo?
- ¿Qué se puede inferir de la estructura de la materia en base a su interacción magnética?



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

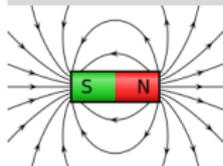
Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

3-Materiales magnéticos

Veremos existen 3 tipos de propiedades magnéticas:

- Materiales diamagnéticos: no poseen dipolos magnéticos $\vec{\mu}$ permanentes. Su acoplamiento con \vec{B} es débil. Ejemplos: vidrio o cobre.
- Materiales paramagnéticos: tienen dipolos magnéticos $\vec{\mu}$ permanentes. Su acoplamiento con \vec{B} es más fuerte que en el diamagnetismo. Ejemplos: oxígeno, titanio.
- Materiales ferromagnéticos: tienen dipolos permanentes con comportamiento colectivo ordenado. Su acoplamiento con \vec{B} es el más fuerte. Ejemplos: Fe, Co, Ni.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

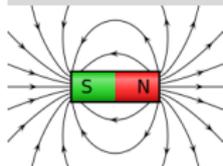
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

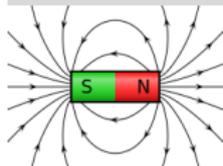
Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

3.1-Momentos magnéticos microscópicos

- Vimos que para corrientes macroscópicas cerradas,
$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B},$$
$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \times \vec{B},$$
con $\vec{m} = I\vec{S}$ momento dipolar magnético.
- Para entender las propiedades magnéticas de la materia estudiaremos el origen de los dipolos microscópicos.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

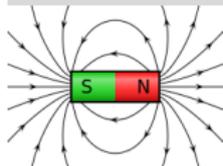
Corrientes microscópicas: movimientos orbitales

- En el átomo de Bohr los e- tienen órbitas circulares, con velocidad v .
- La intensidad de corriente en este circuito es $-e \frac{v}{2\pi r}$.
- El dipolo microscópico $\vec{\mu}$ correspondiente a esta corriente es

$$\mu = -e \frac{v}{2\pi r} \pi r^2 = -\frac{e}{2} \frac{mvr}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L}},$$

en que \vec{L} es el momentum angular orbital.

- Resulta de mecánica cuántica que $L_z = n\hbar$, con $\hbar = \frac{1}{2\pi} 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

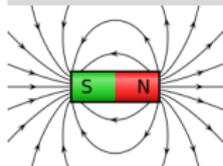
Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Corrientes microscópicas: espines

- Protones, neutrones y electrones giran en torno a un eje propio. A esta rotación se le llama *spin*, como la Tierra tiene *spin*.
- El momento magnético asociado es

$$\vec{\mu} = 2,002319 \frac{q}{2m} \vec{S}, \text{ con } S_z = \frac{n\hbar}{2}.$$

- Notar que si bien el neutrón no tiene carga neta, si tiene $\vec{\mu}$ (\sim como si tuviese una carga negativa).



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

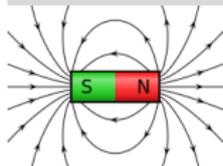
Corrientes microscópicas: factor de Landé

En general ponemos

$$\vec{\mu} = g \frac{q}{2m} \vec{L},$$

en que g es el factor de Landé:

- $g = 1$ para mov. orbital
- $g \approx 2$ para spin.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

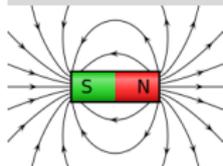
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

3.2-Campo \vec{B} producido por un dipolo.

- Para modelar las propiedades magnéticas de la materia es necesario calcular el campo \vec{B} producido por los dipolos microscópicos. Trabajamos con un dipolo magnético macroscópico.

- Para un circuito finito, tomamos la referencia de \vec{A} en ∞ :

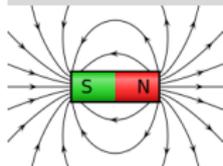
$$\vec{A}(\vec{r}_o) = 0 \text{ si } \|\vec{r}_o\| \rightarrow \infty,$$

y si usamos el *gauge* $\vec{\nabla} \Lambda = 0$,

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'.$$

- Demostraremos que el campo \vec{A} producido por un dipolo \vec{m} en el origen de coordenadas es

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}.$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Cálculo de \vec{A} para un dipolo

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'.$$

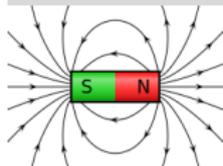
Para un circuito $dV' = S dl'$, en que S es la sección del circuito y $dl' = \|d\vec{r}'\|$.

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \text{ con } I = jS.$$

Colocamos el 'circuito' cerca del origen, de manera que $\|\vec{r}'\| \ll \|\vec{r}\|$, es decir consideramos un circuito infinitesimal o bien tomamos $r \rightarrow \infty$. Entonces,

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \approx \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\vec{r}' \cdot \vec{r}}{r^2} \right) \quad (\text{tarea}).$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{\vec{r}' \cdot \vec{r}}{r^3} d\vec{r}'.$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Para seguir usamos que (ver demo en clase):

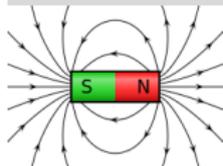
$$\int (\vec{r}' \cdot \vec{r}) d\vec{r}' = \frac{1}{2} \int (\vec{r}' \times d\vec{r}') \times \vec{r}, \text{ entonces,}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{\vec{r}' \cdot \vec{r}}{r^3} d\vec{r}' = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint \frac{1}{2} \overbrace{(\vec{r}' \times d\vec{r}')}^{\vec{m}} \times \frac{\vec{r}}{r^3}.$$
$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{m} \times \frac{\vec{r}}{r^3}.$$

Para un circuito cerrado circular,

$$m = \frac{I}{2} \int_0^{2\pi} r' r' d\theta = \pi (r')^2 I,$$

consistente con la definición anterior de \vec{m} .



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos
microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Cálculo de \vec{B} para un dipolo

Si el dipolo \vec{m} está en $\vec{r}' \neq 0$,

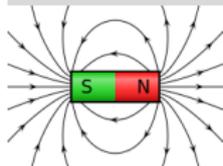
$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{m} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}.$$

Ahora calculamos \vec{B} con

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{\nabla} \times \left(\vec{m} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right).$$

Es directo demostrar que para un dipolo \vec{B} también se puede expresar en términos de un gradiente:

$$\vec{B} = -\mu_0 \vec{\nabla} \phi_{\text{dip}}, \quad \text{con } \phi_{\text{dip}} = \frac{\vec{m} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3}.$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos

Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

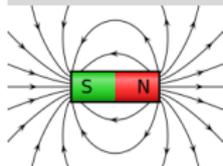
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}
Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

3.3-Magnetización

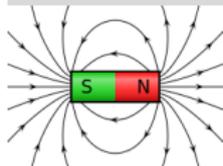
En un continuo de dipolos microscópicos, el momento dipolar magnético asociado a un elemento de volumen dV' centrado en \vec{r}' es

$$d\vec{m} = \vec{M}(\vec{r}') dV',$$

en que \vec{M} es la magnetización.

Calculamos el campo \vec{A} producido por \vec{M} :

$$\begin{aligned}\vec{A}_M &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{M}(\vec{r}') dV' \times \vec{r} - \vec{r}'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{M} \times \vec{\nabla}' \frac{1}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} dV' \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}(\vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} dV' - \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{\nabla}' \times \frac{\vec{M}(\vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} dV' \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}(\vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} dV' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times d\vec{S}'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|}\end{aligned}$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}
Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Corrientes de magnetización

Reescribimos la última expresión,

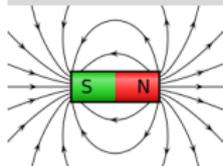
$$\vec{A}_M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}(\vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} dV' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times d\vec{S}'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|}$$

introduciendo una densidad de corriente $\vec{j}_M = \vec{\nabla} \times \vec{M}$ y una densidad de corriente superficial $\vec{K}_M = \vec{M} \times \hat{S}'$ que dan origen al primer y segundo término en \vec{A} :

$$\vec{A}_M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}_M(\vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} dV' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{K}_M}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} dS'.$$

Vemos que el campo \vec{A} producido por material con magnetización \vec{M} es el debido a unas “corrientes de magnetización” \vec{j}_M y \vec{K}_M .

⇒ magnetización ⇔ corrientes microscópicas



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}
Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

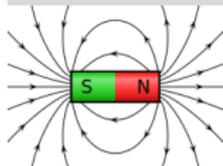
Campo magnético de magnetización

Para calcular \vec{B}_M correspondiente a \vec{A}_M volvemos a $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, con

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{M} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} dV'$$
$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{\nabla} \times \left[\vec{M} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} \right] dV'$$

Se demuestra que

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{M} - \mu_0 \vec{\nabla} \phi_{\text{dip}}, \text{ con } \phi_{\text{dip}} = \int \vec{M} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} dV'$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}
Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

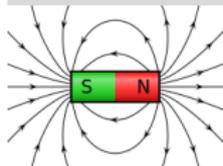
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.

Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

3.4-Campo \vec{H}

En presencia de corrientes macroscópicas (i.e. corrientes de conducción),

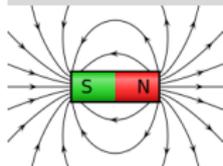
$$\vec{B} = \vec{B}_M + \frac{\mu_o}{4\pi} \int \frac{\vec{j}_l(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} dV',$$

en que $\vec{B}_M = \mu_o \vec{M} - \mu_o \vec{\nabla} \phi_{\text{dip}}$ es la contribución a \vec{B} debida a las corrientes microscópicas. \vec{B} se suele escribir

$$\vec{B} = \mu_o (\vec{H} + \vec{M}), \quad \text{donde}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{j}_l \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} dV' - \vec{\nabla} \phi_{\text{dip}}.$$

\vec{H} se llama campo de intensidad magnética.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Campo \vec{H} y ley de Ampère.

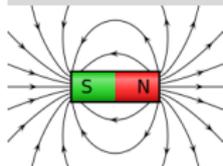
Volvamos a la ley de Ampère:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_T, \text{ en que } \vec{j}_T = \vec{j}_I + \vec{j}_M, \text{ con } \vec{j}_M = \vec{\nabla} \times \vec{M}.$$

Hemos particularizado al caso en que no hay corrientes de superficies, i.e. no hay discontinuidades o bordes. Veremos el caso de condiciones de borde en magnetostática más adelante.

$$\text{Sustitución de } \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \text{ da } \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_I}.$$

Se justifica entonces que \vec{H} es la variable básica en presencia de materiales con magnetización, ya que el experimentador sólo controla a \vec{j}_I y no a \vec{j}_M .



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización

Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Outline

1 Corriente eléctrica y ley de Ohm

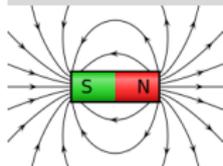
Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

2 Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

3 Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}
Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

3.5-Diamagnetismo, Paramagnetismo, ferromagnetismo

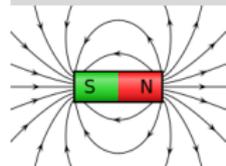
En general resulta que en “materiales lineales” y isotrópicos,

$$\vec{M}(\vec{r}) \approx \frac{\chi_B}{\mu_B} \vec{H}(\vec{r}).$$

Vimos que la materia contiene dipolos microscópicos, con momentos del tipo

$$\vec{m} = \frac{-e}{2m} \sum_i \vec{L}_i,$$

más la contribución de spin.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Diamagnetismo

Para materiales diamagnéticos, $\vec{m} = 0$, i.e. no hay dipolos magnéticos microscópicos permanentes. Este es el caso de gases nobles, con capas electrónicas llenas. Pero si aplicamos \vec{B} aparece un momento inducido - para verlo consideremos el modelo de Bohr. La ecuación de movimiento del electrón es

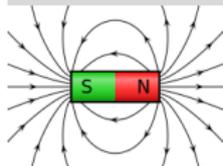
$$m\omega_0^2 r = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 m r^3}}$$

Si aplicamos \vec{B} perpendicular al circuito, en dirección positiva hay una fuerza adicional en dirección al núcleo:

$$m\omega^2 r = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + e\omega r B,$$

si el electrón permanece en una órbita circular (se resuelve ecuación cuadrática en ω).

$$\Rightarrow \omega \approx \omega_0 + \overbrace{\frac{eB}{2m}}^{\omega_L}$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Entonces tenemos que si \vec{B} apunta en dirección de \vec{L} , $\omega \approx \omega_o + \omega_L$, mientras que si \vec{B} apunta en dirección contraria a \vec{L} , $\omega \approx \omega_o - \omega_L$. En ambos casos el efecto de \vec{B} es agregar momentum angular a \vec{L} en dirección de \vec{B} .

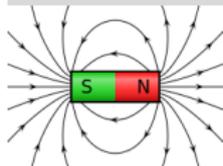
$$\Rightarrow |m_{\text{inducido}}| = \frac{e}{2m} (m_e \omega_L r^2) = \frac{e^2 r^2}{4m} \|\vec{B}\|.$$

Un cálculo más preciso, promediando sobre los radios orbitales de $Z e^-$, da

$$\vec{m}_{\text{inducido}} = -\frac{e^2}{6m} Z r_o^2 \vec{B}, \text{ en que } r_o^2 = \langle r^2 \rangle.$$

La magnetización es entonces

$$\vec{M} = - \underbrace{(N e^2 Z r_o^2 / (6 m_e))}_{\chi_B / \mu_o < 0} \vec{B}.$$



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Paramagnetismo

En el caso de materiales magnéticos con momento dipolar permanente seguimos un tratamiento estadístico,

$$\vec{M} = \frac{Nm^2}{3kT} \vec{B}.$$

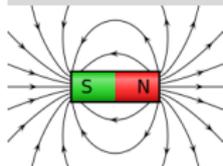
Tomando en cuenta el efecto diamagnético,

$$\vec{M} = N \left\{ \frac{m^2}{3kT} - \frac{e^2 Z r_o^2}{6m_e} \right\} \vec{B} = \frac{\chi_B}{\mu_o} \vec{B}.$$

Como $\vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M})$,

$$\vec{B} - \chi_B \vec{B} = \mu_o \vec{H} \Leftrightarrow \vec{B} = \mu \mu_o \vec{H}, \text{ con } \mu = 1/(1 - \chi_B).$$

Notar que existen distintas definiciones de χ_B y μ en los textos. También se puede ver que una medición experimental de μ permite estimar r_o .



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

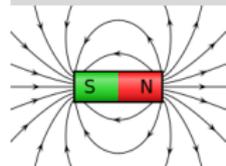
Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Ferromagnetismo

Es parecido al paramagnetismo, pero hay un fenómeno de interacción colectiva que ordena los dipolos permanentes. Para materiales ferromagnéticos, $\mu \sim 1000$.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

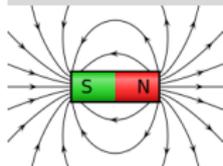
Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo

Condiciones de borde

Las condiciones de continuidad de \vec{B} y \vec{H} en una discontinuidad plana entre dos medio materiales con permitividades μ_1 y μ_2 son las siguientes. \perp y \parallel se refieren al plano de la discontinuidad. En ausencia de corrientes libres,

- B_{\perp} es continuo. Deriva de $\int \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = 0$.
- H_{\parallel} es continuo. Deriva de $\int \vec{\nabla} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int \vec{j}_l \cdot d\vec{S} = 0$.



Corriente eléctrica y ley de Ohm

Corrientes y resistencias
Ecuación de continuidad
fem y efecto Joule

Campo magnético

Fuerza de Lorentz y efecto Hall
Dipolo magnético
Ley de Biot-Savart y potencial vector
Ley de Ampère

Materiales magnéticos

Momentos magnéticos microscópicos
Campo \vec{B} producido por un dipolo.
Magnetización
Campo \vec{H}

Diamagnetismo,
Paramagnetismo,
ferromagnetismo