
(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación.**)

Relaciones útiles:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\phi.$$

I Dipolo cilíndrico.

- (1pt) Calcule el potencial eléctrico en todo el espacio generado por un alambre coincidente con el eje \hat{z} , y con densidad lineal de carga λ .
- (2pt) Considere dos alambres infinitos, ambos con densidades lineales de cargas λ y $-\lambda$, paralelos a \hat{z} y centrados respectivamente en $x = 0, y = a/2$, y $x = 0, y = -a/2$. Calcule el potencial en el límite $\rho \gg a$, donde ρ es la coordenada radial en polares.
- (3pt) Consideramos ahora un cilindro infinito conductor, de radio d , cuyo eje coincide con \hat{z} , y sin carga neta. Aplicamos un campo externo tal que lejos del cilindro $\vec{E} = E_0\hat{y}$. Encuentre el potencial eléctrico en todas partes y la densidad superficial de carga generada en la superficie del cilindro (si usa el teorema de unicidad asegúrese de cumplir las condiciones de borde).

II Distribución de cargas esférica.

En una región del espacio definida para $r < a$ se tiene una distribución de carga con simetría esférica, de tal forma que el potencial total para $r < a$ es

$$\phi(r) = -P_0 r^2 / 6\epsilon_0$$

donde P_0 es una constante conocida.

Además, en la cáscara esférica de radio $r = a$ se tiene una densidad superficial de carga uniforme de valor σ_1 desconocida.

Se pide determinar el potencial eléctrico $\phi(r)$ en todo el espacio sin olvidar que debe ser una función continua en todas partes excepto en puntos de divergencia. Obtenga el valor de σ_1 tal que ϕ se anule en infinito.

III Modelo de tormenta eléctrica.

El fenómeno de los rayos, en su versión más simple, puede entenderse que ocurre cuando el campo eléctrico aplicado a las nubes cargadas sobrepasa un valor límite E_{\max} .

Para modelar este fenómeno se propone el esquema de la Figura 1, en donde las nubes se suponen agrupadas sobre un plano imaginario de altura h , el cual se asume equipotencial. A su vez, el suelo se supone también equipotencial con valor 0 V. Sabiendo que $E_{\max} = 3 \cdot 10^6 \text{ V m}^{-1}$, y que el rayo aparece cuando la altura de las nubes es de 1000 m, se pide lo siguiente.

1. Estimar la función potencial entre las nubes y la tierra que produce el rayo, en los dos casos siguientes:
 - (a) Se puede suponer que el campo eléctrico es uniforme entre las nubes y la tierra.
 - (b) Mediante pruebas se determina que el campo eléctrico varía linealmente con la altura. En esta condición una sonda a 100 m mide una diferencia de potencial de $1,2 \cdot 10^8 \text{ V}$ con respecto a tierra.
2. ¿Cuál es el valor mínimo de la diferencia de potencial entre las nubes y el suelo que produce el rayo en ambos casos?

