

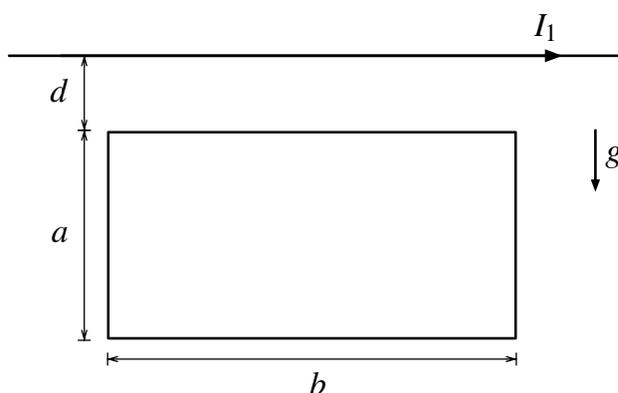
(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación.**)

Relaciones útiles:

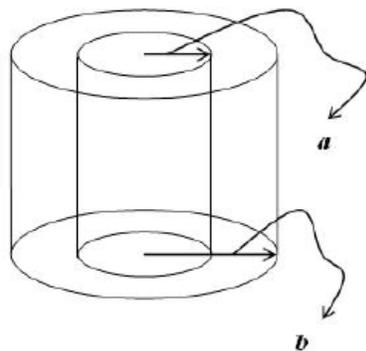
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_L, \quad \vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}, \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0\vec{j}, \quad \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$

I Espira levitando

Si la masa total de la espira es M , determine el sentido y magnitud de la corriente en la espira para que no caiga bajo gravedad.



II Superposición de Campos Magnéticos y Ley de Ampère



Se tiene un conductor en la forma de una capa cilíndrica recta, infinita, de radio interior a y radio exterior b . Este conductor tiene una densidad de corriente que, expresada en coordenadas cilíndricas, es:

$$\vec{J}(a \leq \rho \leq b) = \frac{\alpha}{\rho}\hat{\theta} + \beta\hat{k}$$

Con α y β constantes conocidas. Obtenga el campo magnético en todas partes.

III Capacidad y resistencia.

Dos conductores cilíndricos paralelos (infinitamente largos) de radio “a” están inmersos en una sustancia de conductividad eléctrica σ_c y permitividad eléctrica relativa ϵ , como se muestra en la Fig. 1. La distancia entre los ejes de los dos conductores es $d(> 2a)$ y su resistividad eléctrica es despreciablemente pequeña. Determinaremos la resistencia eléctrica por unidad de largo entre los dos conductores.

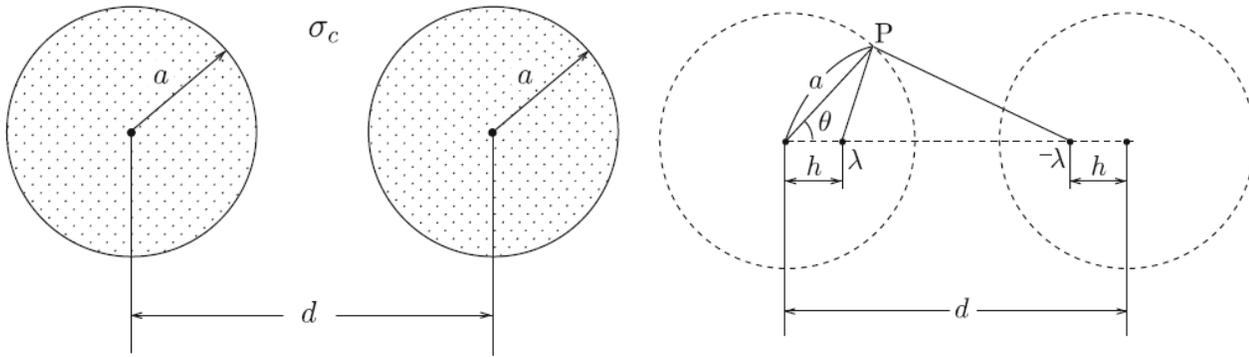


Figura 1: Izquierda: Diagrama del problema original con dos cilindros inmersos en un medio de conductividad σ_c . Derecha: El problema equivalente con distribuciones de cargas virtuales $\pm\lambda$.

1. Calcule la capacitancia entre los dos conductores. La diferencia de potencial entre los dos conductores puede obtenerse a partir de densidades de carga virtuales (con densidades de carga lineal $\pm\lambda$ y también infinitas) dispuestas de manera apropiada para producir un potencial constante sobre la superficie de cada cilindro.

- a) (0.5 pt) Sabiendo que el potencial producido por una densidad lineal de carga es $\phi(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln(r)$, demuestre que el potencial que satisface lo requerido evaluado sobre el punto P (Fig. 1) es:

$$\phi(a, \theta) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \left\{ \ln \frac{C_+}{(a^2 + h^2 - 2ah \cos \theta)^{1/2}} - \ln \frac{C_-}{(a^2 + (d-h)^2 - 2a(d-h) \cos \theta)^{1/2}} \right\}$$

Donde C_+ y C_- son constantes.

- b) (1.0 pt) Justifique el potencial en la superficie de los cilindros debe ser independiente de θ , demuestre entonces que esto se satisface si

$$\frac{ah}{a^2 + h^2} = \frac{a(d-h)}{a^2 + (d-h)^2}$$

Encuentre también el valor de h .

- c) (2.0 pt) Teniendo en cuenta que en el plano central entre los cilindros el potencial se anula, encuentre el valor de C_+ y C_- para el cual esto ocurre y demuestre que el potencial en la superficie del cilindro de la izquierda resulta ser:

$$\phi(a) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{d + \sqrt{d^2 - 4a^2}}{2a}$$

- d) (0.5 pt) Escriba la capacitancia por unidad de largo.

2. (2.0 pt) Deduzca la resistencia por unidad de largo. Ayuda: escriba la intensidad de corriente I que cruza la superficie del cilindro izquierdo en función del campo eléctrico (que depende de la posición en la superficie), luego relacione I con la densidad de carga superficial (también variable), y finalmente con la carga total por unidad de largo.