Ejercicio 1

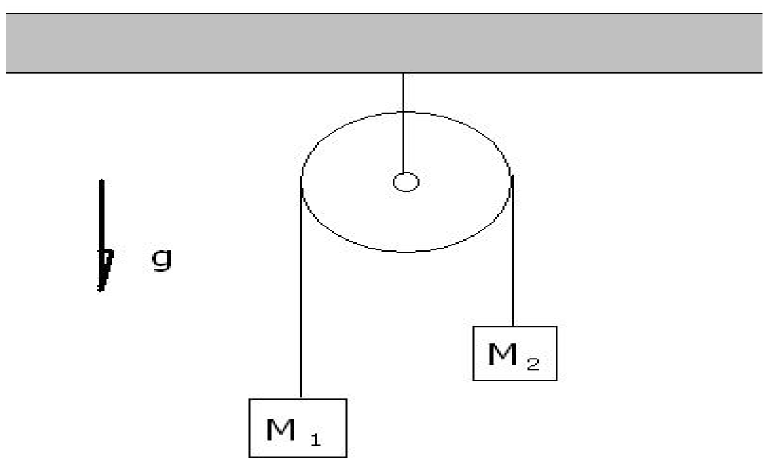
Fi21b

16 de agosto de 2005

1. La máquina de Atwood:

Esta màquina consiste de dos masas distintas unidas por medio de una cuerda ideal. La cuerda se encuentra sobre una polea sin roce, de tal forma que las masas se pueden mover bajo el efecto de la gravedad.

Se pide calcular la tensión en la cuerda utilizando constricciones sobre el langrangiano del sistema.



Tiempo: 30 minutos. Suerte!!

2. Pauta

Elegimos como coordenadas generalizadas (l_1 y l_2) la distancia desde cada masa hasta el nivel superior de la polea (donde se encuentra el eje). De esa forma el langrangiano del sistema sin restricciones es:

$L = \frac{1}{2}m_1\dot{l_1} + \frac{1}{2}m_2\dot{l_2} + m_1gl_1 + m_2gl_2$

Como la cuerda es inextensible existe una restricción del tipo $l_1 + l_2 = Kte$. El langrangiano modificado resulta ser:

$L = \frac{1}{2}m_1\dot{l_1} + \frac{1}{2}m_2\dot{l_2} + m_1gl_1 + m_2gl_2 - \lambda(l_1 + l_2 - Kte)$

Utilizando las ecuaciones de Euler-Lagrange obtenemos las ecuaciones de movimiento:

$m_1\ddot{l_1} - m_1g + \lambda = 0$
$m_2\ddot{l_2} - m_2g + \lambda = 0$
$l_1 + l_2 = Kte$

Donde λ representa la fuerza de constricción, en este caso se trata de la tensión en la cuerda. Despejando λ desde estas ecuaciones encontramos que:

$T = \frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}$

Comentarios: Los resultados deben quedar en función de los datos del problema. Muchos dejaron la tensión en función de la aceleración de los cuerpos ($\ddot{l_1}$). se les recomienda tomar más practica con el despeje de las ecuaciones de movimiento.