

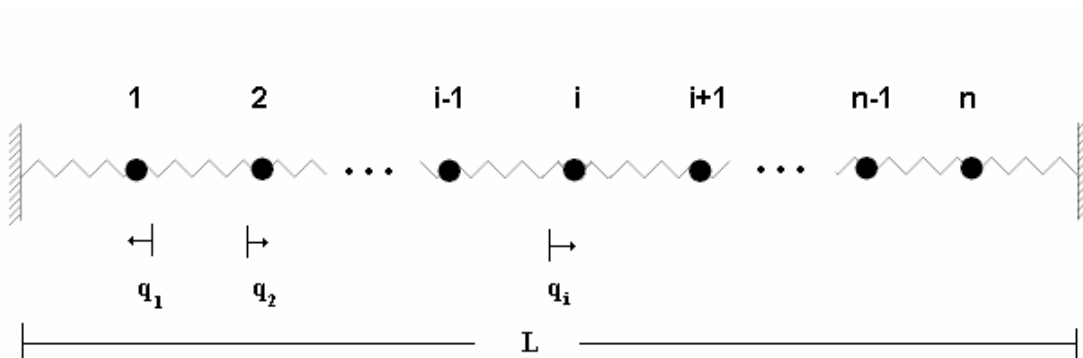
Ejercicio 3

FI21B

25 de Octubre de 2006

Consideremos el siguiente sistema de n partículas unidas por resortes, todos ellos idénticos de constante elástica k y largo natural $l_0 = L/(n+1)$. Los extremos de los resortes están fijos, y cada partícula se mueve sólo horizontalmente (no hay desplazamiento vertical).

Los desplazamientos q_i están medidos desde la posición de equilibrio.



- Escriba el Lagrangeano del sistema, para las n partículas.
- Escriba las ecuaciones de Euler-Lagrange para cada partícula (considerando un caso genérico para la partícula i -ésima)
- Suponiendo soluciones oscilatorias, vale decir, suponiendo que:

$$q_j(t) = A_j e^{i\omega t}$$

escriba una formulación matricial del problema (considerando $q_0 = q_{n+1} = 0$).

- Suponga ahora que las constantes A_j son de la forma

$$A_j = a e^{i(gj - d)}$$

Y escriba las ecuaciones de Lagrange para éstas constantes, así como la forma de las frecuencias ω_r^2 , para $r = 1, \dots, n$

- Encuentre la forma de los modos normales de oscilación, imponiendo condiciones de borde.