

(Recuerde desarrollar sus respuestas más allá de limitarse a sólo escribir ecuaciones, y cuide la presentación.)

I Distribución de Poisson y consecuencias experimentales

Un experimentador basado en Antartida estudia el flujo de rayos cósmicos que transporta el viento Solar. Usa un detector de área unitaria capaz de medir la presencia de un impacto de protones $N \gg 1$ veces por segundo, y obtiene que el número de resultados positivos es $n \ll N$. El experimentador se pregunta acerca de la precisión de sus mediciones de flujo.

Queremos entonces aproximar la distribución binomial, correspondiente a la probabilidad de ocurrencia de n eventos con probabilidad p en N experimentos,

$$P(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n}, \text{ en que } q = 1 - p,$$

al caso de la distribución de Poisson, $N \gg 1$, $p \ll 1$, $n \ll N$:

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}, \quad \text{donde } \lambda = Np.$$

1. Muestre que $(1-p)^{N-n} \sim e^{-Np}$.
2. Luego, como $n \ll N$, muestre que $\frac{N!}{(N-n)!} \sim N^n$, y concluya con la distribución de Poisson.
3. ¿Cual es el valor medio de n , $\langle n \rangle$?
4. Demuestre que la desviación estándar de la distribución es $\sigma = \sqrt{\lambda}$.
5. El experimentador reporta un flujo de $4 \cdot 10^8$ protones $\text{s}^{-1} \text{cm}^{-2}$. Recomiende un valor para caracterizar la precisión de su observación. Explique.
6. Decepcionado con la precisión de su medición, el experimentador decide repetir el experimento 16 veces, en días distintos. Se pregunta ahora acerca de la mejora en precisión que obtendra al promediar el flujo de protones de cada día.

II Efusión

Modelamos la rarefacción de un gas ideal monoatomico con densidad $n(t)$ contenido en un recipiente de volumen V debido al escape de partículas a través de una pequeña apertura de area A en una de las paredes. Suponemos que la perdida de partículas es lo suficientemente lenta para que el gas este esencialmente en equilibrio termodinámico en todo tiempo t . Mantenemos el recipiente a una temperatura constante T .

1. La efusión del gas ocurre en el vacío, o en un medio cuya densidad $n_{\text{ext}} \ll n$. ¿Cuántas partículas se escapan en un tiempo dt ?
2.
 - a) Escriba una expresión para dn/dt .
 - b) Se abre la apertura en t_0 , grafique $n(t)$ para todo t .
3. Consideramos ahora un recipiente conteniendo helio y un medio externo compuesto por aire, ambos gases ideales, y ambos a la misma presión y temperatura en $t = t_0$. Una partícula de He saliente no vuelve a entrar.
 - a) ¿Cómo cambian los resultados anteriores para $n(t)$, la densidad de He en el recipiente?
 - b) La presión del medio es constante. Calcule y grafique la presión total $P(t)$ dentro del recipiente.