FI22A-Sección 3 | **Control 2** | Prof: Simón Casassus
23 Septiembre 2004 | Ayudante: Sebastian Perez

(Recuerde desarrollar sus respuestas más allá de sólo escribir ecuaciones, y cuide la presentación. Sin calculadora.)

I Calor específico de los sólidos

Queremos resaltar las fallas de la física clásica en su descripción del calor específico de los sólidos (con volumen constante): $C_V = \partial E/\partial T|_V$. Usaremos un modelo simple de sólido, con una red cúbica de N átomos que vibran armónicamente en torno a sus posiciones de equilibrio.

1. (`1pt`) Enuncie y demuestre el teorema de equipartición, y discuta su validez.
2. (`1pt`) Demuestre que el calor específico de los sólidos en la aproximación clásica es $C_V = 3Nk$, donde $k = 1.38\ 10^{-23}$ J K^{-1}.
3. (`1pt`) Use la relación entre entropía y calor, $dS = \delta Q/T$, para mostrar que $\lim_{T\to 0} C_V = 0$. Discuta la validez de la descripción clásica.
4. (`3pt`) Los niveles de energía de un ocilador armónico 1D son $\epsilon_x = (n_x + 1/2)\hbar\omega$, donde ω es la frecuencia angular natural del ocilador y $\hbar = 1.05\ 10^{-34}$ J s.
   a) Calcule el valor medio de la energía total de un átomo en el sólido, $\langle\epsilon\rangle = \langle\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z\rangle$, considerandolo como un sistema microscópico en contacto con un reservorio de temperatura T.
   b) ¿ Por qué se puede usar la energía promedio del sólido para estimar su energía interna? Calcule el calor específico del sólido en función de T.
   c) Obtenga los valores límites de $C_V(T)$ en $T \to 0$ y $T \to \infty$, y discuta.

II Calentamiento por conducción del fluido en un termos.

Estudiamos un fluido con temperatura $T = 273$ K en un recipiente cilíndrico, de altura $h = 20$ cm, ancho $d = 10$ cm, y rodeado por un casquete cilíndrico de ancho $e = 0.5$ cm, lleno de partículas de aire con radio típico 10^{-10} m. El exterior del termos y el casquete estan a $T = 300$ K.

1. (`1pt`) Explique porque una expresión para el libre camino medio, la distancia que recorre una partícula entre cada colisión, es $l = 1/(n\sigma)$, en que σ es la sección de una partícula.
2. (`2pt`) Definimos la conductividad termal κ mediante la relación $\vec{R} = -\kappa\vec{\nabla}T$, en que $\vec{R}$ es el flujo de calor. Llegue a que la conductividad termal, en el caso $l \ll e$ y cuando la densidad n es constante, es
$$\kappa \approx \frac{3}{8}k\frac{\langle v\rangle}{\sigma},$$
en que $\langle v\rangle = \sqrt{\langle v^2\rangle}$. Note que κ no depende de n. (ayuda: haga un balance del flujo de calor que cruza un plano, en que las partículas recorren en promedio una distancia l, explicando lo ultimo).
3. (`1pt`) Si la presión en el casquete cilíndrico es de 1 atm$\approx 10^5$ N m^{-2}, estime numéricamente l y κ, justificando. Estime la taza de calentamento por conducción. Si el fluido contenido en el termos es 1 l de agua, con capacidad calórica 4.18 J g^{-1} K $^{-1}$, estime el tiempo que tarda la temperatura en el interior del termos en subir en 1 grado.
4. (`1pt`) ¿ A partir de qué presión en el casquete cilíndrico ya no es válido $l \ll e$? De una expresión para κ en este caso (ayuda: siga el mismo razonamiento que en Punto 2, pero explicando el reemplazo l por e).
5. (`1pt`) Cuando $l > e$ el casquete cilíndrico puede lleguar a operar como aislante térmico, porque entonces $\kappa \propto n$. Calcule a que valor de presión en atm hay que hacer vacío en el casquete para reducir la taza de calentamento en un factor 10.