

Relaciones útiles:

$$dE = TdS - PdV + \sum_{i=1}^K \mu_i N_i, \quad E = TS - PV + \sum \mu_i N_i,$$

gas ideal:  $PV = NkT, E = NkT,$

energía interna de un gas de Van der Waals:  $E = E_o + C_V(T - T_o) - N^2 a(1/V - 1/V_o),$  ecuación de estado

de Van der Waals:  $(P + a(N/V)^2)(V - Nb) = NkT,$

energía interna del cuerpo negro:  $aVT^4,$  flujo del cuerpo negro:  $\sigma T^4.$

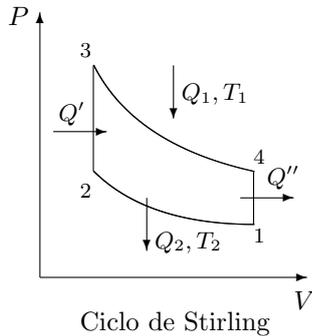
I Efusión

Modelamos la rarefacción de un gas ideal monoatomico con densidad  $n(t)$  contenido en un recipiente de volumen  $V$  debido al escape de partículas a través de una pequeña apertura de area  $A$  en una de las paredes. Suponemos que la perdida de partículas es lo suficientemente lenta para que el gas este esencialmente en equilibrio termodinámico en todo tiempo  $t$ . Mantenemos el recipiente a una temperatura constante  $T$ .

1. (2 pt) La efusión del gas ocurre en el vacío, o en un medio cuya densidad  $n_{ext} \ll n$ . ¿Cuántas partículas se escapan en un tiempo  $dt$ ?
2. (2 pt)
  - a) Escriba una expresión para  $dn/dt$ .
  - b) Se abre la apertura en  $t_o$ , calcule y grafique  $n(t)$  para todo  $t$ .
3. (2 pt) Consideramos ahora un recipiente conteniendo helio y un medio externo compuesto por aire, ambos gases ideales, y ambos a la misma presión y temperatura en  $t = t_o$ . Una partícula de He saliente no vuelve a entrar.
  - a) ¿Cómo cambian los resultados anteriores para  $n(t)$ , la densidad de He en el recipiente?
  - b) La presión del medio es constante. Calcule y grafique la presión total  $P(t)$  dentro del recipiente.

II Ciclo de Stirling

En la máquina de Stirling un **regenerador** tiene la propiedad de absorber calor ( $Q'$ ) y ceder calor ( $Q''$ ) en las evoluciones a volumen constante del ciclo.



- 1 → 2 Compresión isotermica  $T_1$ .
- 2 → 3 Proceso isocórico a volumen  $V_A$ , el gas absorbe una cantidad de calor  $Q'$  del regenerador y aumenta su temperatura de  $T_2$  a  $T_1$
- 3 → 4 Expansión isotérmica  $T_2$ .
- 4 → 1 Proceso isocórico a volumen  $V_B$ , el gas cede calor  $Q''$  al regenerador.

1. (1 pt) ¿Qué significan las areas bajo las curvas y las areas encerradas en la curva  $P - V$  del ciclo de Stirling?

2. (1 pt) Bosqueje en un diagrama  $T - S$  las fases del ciclo, incluyendo sentido de giro. Suponga que  $C_V$  no depende de  $T$  para efectos de calcular  $S(T)$  en las isocóricas.
3. (0.5 pt) ¿Qué significan las áreas bajo las curvas y las áreas encerradas en la curva  $S - T$  del ciclo de Stirling?
4. (1 pt) ¿En que sentido se debe seguir el ciclo para que trabaje como refrigerador? Discuta las diferencias cualitativas con el ciclo de una máquina, y describa las etapas del ciclo de refrigeración.
5. (1.5 pt) El ciclo opera con un gas ideal.
  - a) Cual es la relación entre  $Q'$  y  $Q''$ ?
  - b) Calcule la eficiencia de la máquina de Stirling.
  - c) Compare con la eficiencia de una máquina de Carnot.
6. (1 pt+) El ciclo opera con un gas real, regido por la ecuación de Van der Waals. Calcule la eficiencia de la máquina de Stirling.

### III Enfriamiento de un gas ideal por pérdidas radiativas

Consideramos un sistema con volumen total  $V$  compuesto por un gas ideal de  $N$  partículas en un recipiente aislado con area  $A$  que se comporta como cuerpo negro.

1. (1 pt) ¿Cual es la potencia emitida por el cuerpo negro (o sea su luminosidad, la cantidad de energía emitida por unidad de tiempo)?
2. (1 pt) Escriba una relación entre la variación de energía interna del sistema  $dE/dt$  y su luminosidad.
3. (2 pt) La energía interna del sistema es dominada por la del gas ideal. Calcule y grafique  $E(t)$ .
4. (2 pt) La energía interna del gas de fotones ya no es despreciable (como es el caso en una estrella).
  - a) Escriba la energía interna del sistema.
  - b) Obtenga  $E(t)$  y grafique.