

(Desarrolle y comente sus respuestas, y cuide la presentación.)

Relaciones útiles:

$$dE = TdS - PdV + \sum_{i=1}^K \mu_i N_i, \quad SdT - PdV + Nd\mu = 0 .$$

I Ciclo de Carnot en un gas ideal y por compresión de vapor.

En este problema estudiamos dos implementaciones de una máquina ideal.

1. Consideramos primero un ciclo de Carnot trabajando con un gas ideal.
 - a) Describa las etapas de una maquina de carnot, y dibujelas en un diagrama $T - S$, con sentido de giro.
 - b) En ese mismo diagrama, destaque el área correspondiente a trabajo entregado, explicando.
 - c) Defina y calcule la eficiencia de la máquina de Carnot, usando el diagrama $T - S$.
 - d) En que sentido se debe seguir el ciclo para que trabaje como refrigerador? Describa las etapas del ciclo de refrigeración.
 - e) Defina y calcule una eficiencia del ciclo de carnot cuando funciona como refrigerador.

2. Consideramos ahora un ciclo de refrigeración trabajando con vapor de agua.
 - a) Escriba una expresión para la curva de coexistencia $P(T)$ de las fases líquida y vapor de agua, suponiendo que el vapor se comporta como gas ideal. Explique cualquier aproximación que use.
 - b) Muestre que el calor latente L , la diferencia de entropía por mol entre el estado líquido y vapor, se puede ver como una diferencia de entalpía específica ($H=U+PV$, para un mol). (Ayuda: al vaporisar un mol de agua este aumenta de volumen, y el agua trabaja, pero lo hace a presión constante, es entonces facil calcular W , y $Q = L -$ el resto sigue de $\Delta U = Q + W$).
 - c) Dibuje en un diagrama $P - V$ un ciclo de Carnot de refrigeración, trabajando con la mezcla agua+vapor, usando compresiones y expansiones adiabáticas. Explique en detalle.

II Sistema magnético y transición de fase

El sistema considerado es un sólido, con volumen unidad, que adquiere una magnetización cuando se le aplica un campo magnético B , a temperatura T . Existe una ecuación de estado $M = f(B, T)$. El volumen y la presión son considerados como constantes. El único trabajo de las fuerzas externas es: $\delta W = BdM$.

1. Escribir el diferencial de la energía interna $E(S, M)$. ¿Cuales son las variables intensivas conjugadas de S y M ? Definir por transformadas de Legendre de E , las funciones G y H apropiadas a este problema, en que G es la transformada asociada a B, T y H a B . Escribir los diferenciales de G y H .
2. Expresar M y S como dos derivadas parciales primeras de $G(B, T)$. Definimos $\chi_T \equiv \left. \frac{\partial M}{\partial B} \right|_T$. Mostrar que χ_T y C_B , calor específico a B constante, son derivadas segundas de G que se precisaran.
3. Sea la ecuación de estado $M = -\chi B$, en que χ es una constante positiva independiente de B y de T . Muestre que S no depende de B , y por lo tanto que solo depende de T . Deducir que

$$G(B, T) = G(B = 0, T) + \frac{1}{2}\chi B^2.$$

4. El sólido puede pasar por una transición de fase magnética, que depende del campo B y de T : para una fase de baja temperatura, llamada fase s , $\chi = \chi_s$, para la otra fase, de alta temperatura, llamada fase n , $\chi = 0$, para todo B y T . Se tiene $G_s(0, T) < G_n(0, T)$.

Escribir las expresiones de $G_s(B, T)$ y $G_n(B, T)$. A una temperatura dada T_o , bosquejar en un mismo gráfico $G_s(B, T_o)$ y $G_n(B, T_o)$ en función de B . Justificar la existencia de una transición de fase. Precisar en el gráfico la naturaleza de la fase a B debil, y a B fuerte.

5. Las transiciones de fase que involucran una discontinuidad en entropía S se denominan de orden de 1, y de orden 2 si S es continua. ¿Cual es el orden de esta transición de fase magnética? ¿Que se puede decir de las derivadas parciales primeras de G en la transición? Bosquejar $M(T)$ en la vecindad de la temperatura T_o para un campo B_o dado.
6. Escribiendo la condición de equilibrio $G_n(T, B) = G_s(T, B)$, mostrar, en analogía con la fórmula de Clapeyron, que la transición $s \rightarrow n$ se acompaña de un calor latente L dado por

$$L = -T\chi_s B \frac{dB}{dT}.$$

¿Cual es el orden de la transición cuando $B = 0$?