

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

I Colisiones moleculares en un gas.

Queremos determinar $P(t)$, la probabilidad que una molécula sobreviva un tiempo t sin colisiones, mediante dos técnicas distintas. Sea $w dt$ la probabilidad que la molécula sufra una colisión en un tiempo infinitesimal dt .

1. Probabilidad de colisión.

Dé un valor estimado para τ_c , el tiempo entre colisiones en un gas, y argumente por qué $w dt = dt/\tau_c$. Identifique w .

2. Ecuación de transfer para $P(t)$.

- ¿Qué límites espera para $P(t)$ en $t \rightarrow 0$ y $t \rightarrow \infty$?
- $P(t + dt)$ esta relacionado con w : $P(t + dt)$ es igual a $P(t)$ (la probabilidad que la molécula sobreviva un tiempo t) multiplicado por la probabilidad que la molécula no sufra colisión en el tiempo dt . Escriba la ecuación diferencial correspondiente.
- Resuelva la ecuación diferencial del punto anterior para obtener $P(t)$.

3. Combinatoria.

Dividimos el tiempo en muchos intervalos cortos Δt . Hay entonces una probabilidad muy baja p que la molécula en estudio sufra una colisión en un intervalo Δt particular.

- Argumente que la probabilidad $P_N(n)$ que la molécula sufra n choques en un tiempo $N \Delta t$ es la distribución de Poisson:

$$P_N(n) = \frac{(Np)^n}{n!} \exp(-Np).$$

- ¿Cuál es la probabilidad P_N que la molécula sobreviva N intervalos consecutivos sin colisión? Deduzca $P(t)$.
- Muestre que las soluciones de los Puntos 2c y 3b son idénticas.

II Entropía de mezcla.

En este problema estudiamos dos procesos conducentes a la mezcla de gases ideales.

1. La mezcla libre de dos gases distintos, inicialmente confinados a sectores separados de un volumen V (Fig. 1), en que la separación permite el equilibrio mecánico entre los dos sectores (o sea no esta fija).

- Muestre que la entropía de un gas ideal de N partículas, relativa a la de un estado de referencia (T_o, V_o) , es

$$S = \frac{3}{2} Nk \log(T/T_o) + Nk \log(V/V_o).$$

- Retiramos la separación entre los dos gases. Expresar la variación de entropía del sistema en función del número de partículas de cada gas. Es este un proceso reversible o irreversible (explique)?

2. La distinguibilidad de las moléculas permite, en principio, diseñar paredes con porosidad selectiva a cada molécula, de manera a separar o mezclar dos gases reversiblemente (Fig. 2). Partimos de la misma situación que en la Fig 1, pero esta vez las paredes son diatérmicas. Mezclamos reversiblemente los dos gases, manteniendo el sistema en contacto con un reservorio térmico, y aplicando unas presiones en las paredes porosas iguales a las las presiones parciales P_1 y P_2 de los gases en la región común.

- ¿ Cuanto es la variación de energía interna del sistema? Calcule el trabajo ejercido por el sistema, y el calor intercambiado con el reservorio de temperatura.
- ¿ Cuanto es la variación de entropía del sistema (use la parte 2a)? Como compara con el resultado del proceso en la parte 1b? Calcule la variación de entropía del universo (el sistema y su entorno). Explicar porque este es un proceso reversible.

Figura 1: Mezcla libre

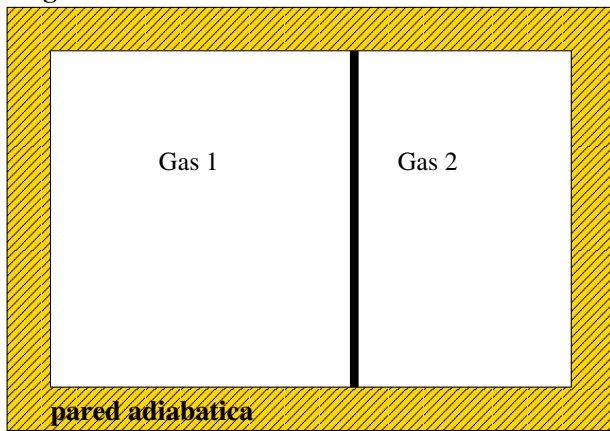
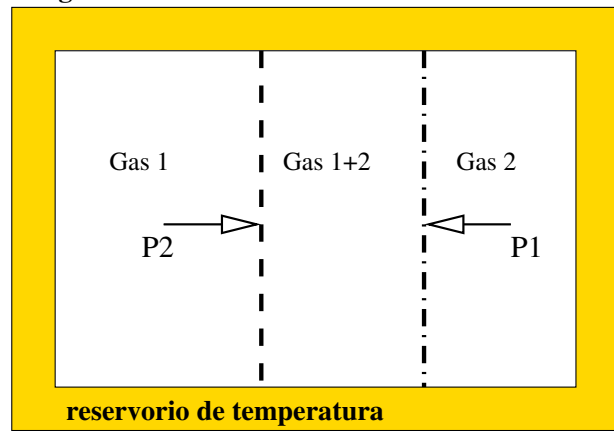


Figura 2: Mezcla reversible



III Temperatura y entropía.

Considere un sistema A , con energía E , en equilibrio con un reservorio de temperatura A' . Sea la entropía $S = k \ln \Gamma$, y $\beta = \partial \ln \Gamma / \partial E$, en que Γ es el peso estadístico del sistema en consideración.

Demuestre que el valor más probable de E corresponde al máximo de entropía de $\{A + A'\}$, y que en equilibrio $\beta = \beta'$.

Calcule la probabilidad que A esté en un cierto estado r con energía E_r .

Si A es un gas ideal, calcule la energía media de una de sus N moléculas, y compare con $\langle \epsilon \rangle = \frac{3}{2}kT$.