

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

I Calor específico de los sólidos

Queremos estimar el calor específico de los sólidos (con volumen constante): $C_V = \partial E / \partial T|_V$. Usaremos un modelo simple de sólido, con una red cúbica de N átomos que vibran armónicamente en torno a sus posiciones de equilibrio (es decir con 1 sólo modo normal).

- (1pt) Enuncie y demuestre el teorema de equipartición, y discuta su validez, demuestre que el calor específico de los sólidos en la aproximación clásica es $C_V = 3Nk$, donde $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$.
- (1pt) Use la relación entre entropía y calor, $dS = \delta Q/T$, para justificar que $\lim_{T \rightarrow 0} C_V = 0$. Discuta la validez de la descripción clásica.
- (3pt) Los niveles de energía de un oscilador armónico 1D son $\epsilon_x = (n_x + 1/2)\hbar\omega$, donde ω es la frecuencia angular natural del oscilador y $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$.
 - Calcule el valor medio de la energía total de un átomo en el sólido, $\langle \epsilon \rangle = \langle \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \rangle$, considerandolo como un sistema microscópico en contacto con un reservorio de temperatura T .
 - ¿ Por qué se puede usar la energía promedio del sólido para estimar su energía interna? Calcule el calor específico del sólido en función de T .
 - Obtenga los valores límites de $C_V(T)$ en $T \rightarrow 0$ y $T \rightarrow \infty$, y discuta.
- (1pt) Calcule la entropía S de un sólido a temperatura T (ayuda: $S(T = 0) = 0$).

II Temperatura y entropía.

Considere un sistema A , con energía E , en equilibrio con A' , un reservorio de temperatura. Sea la entropía $S = k \ln \Gamma$, y $\beta = \partial \ln \Gamma / \partial E$, en que Γ es el peso estadístico del sistema en consideración. Desarrolle los siguientes puntos, redactando en detalle sus respuestas (no se limite a escribir ecuaciones):

- Demuestre que el valor más probable de E corresponde al máximo de entropía de $\{A + A'\}$, y que en equilibrio $\beta = \beta'$.
- Calcule la probabilidad que A esté en un cierto estado r con energía E_r .
- Si A es un gas ideal, calcule la energía media de una de sus N moléculas, y compare con $\langle \epsilon \rangle = \frac{3}{2}kT$.

III Entropía de mezcla.

En este problema estudiamos dos procesos conducentes a la mezcla de gases ideales.

1. (3pt) La mezcla libre de dos gases distintos, inicialmente confinados a sectores separados de un volumen V (Fig. 1), en que la separación permite el equilibrio mecánico entre los dos sectores (o sea no esta fija).

a) Muestre que la entropía de un gas ideal de N partículas, relativa a la de un estado de referencia (T_0, V_0) , es

$$S = \frac{3}{2}Nk \log(T/T_0) + Nk \log(V/V_0).$$

b) Retiramos la separación entre los dos gases. Expresar la variación de entropía del sistema en función del número de partículas de cada gas. Explique, es este un proceso reversible o irreversible?

2. (3pt) La distinguibilidad de las moléculas permite, en principio, diseñar paredes con porosidad selectiva a cada molécula, de manera a separar o mezclar dos gases reversiblemente (Fig. 2). Partimos de la misma situación que en la Fig 1, pero esta vez las paredes son diatérmicas. Mezclamos reversiblemente los dos gases, manteniendo el sistema en contacto con un reservorio térmico, y aplicando unas presiones en las paredes porosas iguales a las las presiones parciales P_1 y P_2 de los gases en la región común.

a) ¿ Cuanto es la variación de energía interna del sistema? Calcule el trabajo ejercido por el sistema, y el calor intercambiado con el reservorio de temperatura.

b) ¿ Cuanto es la variación de entropía del sistema (use la parte 2a)? Como compara con el resultado del proceso en la parte 1b? Calcule la variación de entropía del universo (el sistema y su entorno). Explicar porque este es un proceso reversible.

Figura 1: Mezcla libre

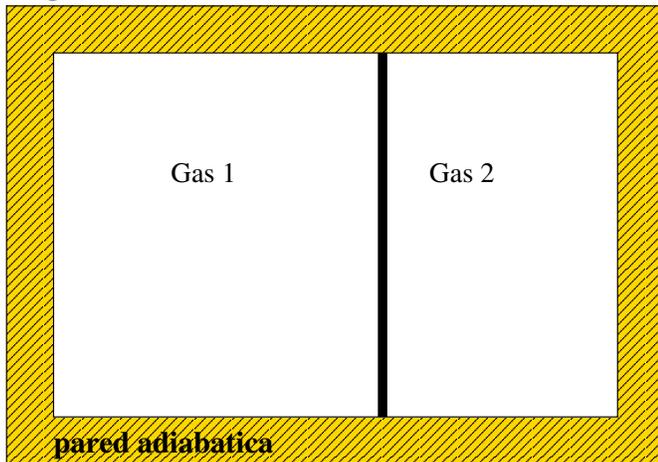


Figura 2: Mezcla reversible

