

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación.** )

## I Cuerda infinita con barrera en densidad lineal, 1.

Considere una cuerda infita de tensión  $\tau$  y densidad  $\rho$  para  $|x| > a$  y  $\rho_2 \neq \rho$  para  $|x| < a$ , de modo que la velocidad de propagación de la onda es  $c_2 = \sqrt{\tau/\rho}$  en el segmento central de largo  $2a$  y  $c = \sqrt{T/\rho}$  en el resto de la cuerda.

Si desde  $x = -\infty$  incide una onda viajera  $f(x - ct)$ , existirá una onda reflejada  $g(x + ct)$  y una transmitida  $h(x - ct)$  si  $x > a$ . Escriba una solución en los tres segmentos e imponga las condiciones de borde en  $x = -a$  y  $x = a$ . Muestre que si  $g = 0$  entonces  $f(u)$  es una función periódica, de periodo  $4ca/c_2$ .

## II Cuerda infinita con barrera en densidad lineal, 2..

Considere la misma situación del problema anterior.

- Resuelva la ecuación de onda en los tres segmentos y encuentre las amplitudes de las ondas reflejadas y transmitida. Considere ondas de frecuencia fija.
- Muestre que el flujo de energía transmitida es

$$T = 1 - R = 1 / \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{k_2^2 - k^2}{kk_2} \right)^2 \sin^2(2k_2a) \right].$$

Note que bajo ciertas condiciones  $T = 1$  y explique a partir de este resultado lo obtenido en el P1.

## III Cuerda con bifurcación.

Considere 3 cuerdas de distintas densidades lineales ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) que se unen en  $x = 0$ . Todas soportan oscilaciones transversas con la misma dirección (o sea todas oscilan en el mismo plano). Por la cuerda 1 se envía una onda plana. Esta se refleja en la cuerda 1 y se transmite en las cuerdas 2 y 3. Usando la continuidad de la perturbación en  $x = 0$ , i.e.  $u_1(0, t) = u_2(0, t) + u_3(0, t)$ , y la conservación de la energía i.e.  $S_i = S_r + S_{t2} + S_{t3}$ , calcule los coeficientes  $R$  y  $T_2 = S_{t2}/S_i$  y  $T_3 = S_{t3}/S_i$ . Discuta el caso límite en que la densidad de la cuerda 3 tiende a infinito.