FI3102-1 **Tarea 1** Prof: Simón Casassus

3 h

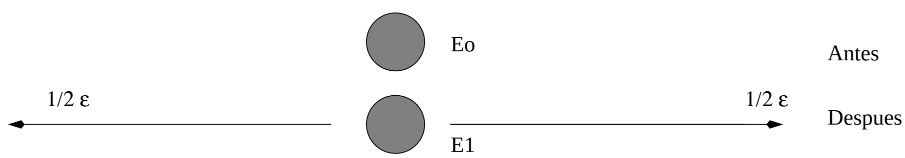
(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

Relaciones útiles:

$$\text{Transformación de Lorentz: } x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}, \quad \text{con } \Lambda^{\mu}_{\nu} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & & & -\beta \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ -\beta & & & 1 \end{pmatrix}.$$

I Equivalencia masa-energía.

Sea un cuerpo estacionario con energía inicial E_0 en un sistema S, en el cual el cuerpo está en reposo, y E'_0 en otro sistema S', en movimiento con respecto a S con una velocidad $\vec{v} = v\hat{x}$. Suponemos que el cuerpo emite dos señales electromagnéticas en direcciones $+\hat{x}$ y $-\hat{x}$, con la misma energía $\epsilon/2$. Sean E_1 y E'_1 las energía del cuerpo en S y S', después de la emisión de los fotones. La masa en reposo del cuerpo antes y después de la emisión es M_0 y M_1.



En este problema queremos deducir la relación entre la energía total del cuerpo y su masa, suponiendo que la mecánica Galileana es válida en el límite $\frac{v}{c} \ll 1$.

1. La conservación de la energía se escribe $E_0 = E_1 + \frac{1}{2}\epsilon + \frac{1}{2}\epsilon$ en S. Escribir la conservación de la energía en S', o sea en función de E'_0, E'_1, ϵ y v.

2. La diferencia $K'_0 = E'_0 - E_0$ debe ser la energía cinética inicial del cuerpo en S' (porque E_0 es la energía inicial en reposo). De la misma manera, como E_1 es la energía en reposo del cuerpo después de la emisión, $K'_1 = E'_1 - E_1$ debe ser la energía cinética final del cuerpo en S'. Escribir $K'_0 - K'_1$ en función de ϵ y v.

3. Demostrar que cuando $\frac{v}{c} \ll 1$,
$$K'_0 - K'_1 \sim \frac{1}{2}\frac{\epsilon}{c^2}v^2.$$

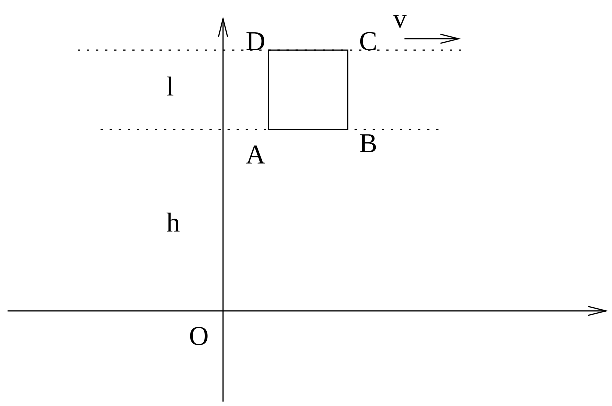
4. Cuando $\frac{v}{c} \ll 1$, la energía cinética se aproxima al valor Galileano. Escribir K'_0, K'_1 (fundamentando las expresiones) y demostrar que $\epsilon = \Delta M\ c^2$, donde $\Delta M = M_0 - M_1$.

   De esta relación Einstein concluyó "Si un cuerpo emite una cantidad de energía ϵ en forma de luz, su masa disminuye en ϵ/c^2".

II Invisibilidad de la contracción de Lorentz.

1. (`2pt`) Explique el desarollo histórico de la hipótesis de Lorentz, y porqué fue introducida la contracción de Lorentz antes de la relatividad especial. Muestre estudiando el largo de un palo en movimiento como la contracción de Lorentz es consecuencia de las transformaciones de Lorentz.

2. (`4pt`) Demostraremos ahora la invisibilidad de la contracción de Lorentz al estudiar un objeto con profundidad, como se ilustra en la figura. Un observador en el origen O del sistema S ve pasar un cubo con velocidad v y aristas de lado l, cuya distancia de menor acercamiento a O es $h \gg l$. Pruebe que el observador ve un cubo rotado pero no contraído, y calcule el ángulo de rotación.



III Cohete relativista.

Consideremos un cohete que parte desde la Tierra hacia el exoplaneta más cercano, α Cen B b a una distancia d, con aceleración constante g, salvo por un tiempo despreciable a mitad de camino cuando el cohete reversa para frenar. ¿Cuánto tiempo tarda el cohete en ir y volver, desde el punto de vista de la Tierra? ¿Y en tiempo propio?

Durante el viaje, ¿cuál es la distribución de estrellas que observa, si desde la Tierra se observan N estrellas distribuidas uniformemente?