FI3102-1 **Tarea 3** Prof: Simón Casassus

3 h

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

Relaciones útiles:

$$\text{Transformación de Lorentz: } x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}, \quad \text{con } \Lambda^{\mu}_{\nu} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & & & -\beta \\ & 1/\gamma & & \\ & & 1/\gamma & \\ -\beta & & & 1 \end{pmatrix}.$$

I Efecto Compton.

En un sistema de inercia S observamos la colisión elástica entre un electrón, con energía E y momemtun $\vec{p}$, y un fotón de frecuencia ν.

1. (`1.5pt`) Demostrar que el corrimiento en longitud de onda del fotón en un sistema S_e ligado al electrón es
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_\circ c}[1 - \cos(\theta)],$$
en que las primas indican propiedades físicas despues del choque, $m_\circ$ es la masa en reposo del electrón, y en que el fotón es desviado en un ángulo θ.

2. (`1.5pt`) Calcular el ángulo ϕ entre la dirección del fotón incidente y $\vec{p'_e}$, el momentum del electrón después del choque, en el sistema S_e.

3. (`1.0pt`) En el sistema S_e, calcular la energía cinética E'_e del electrón despues del choque, dado θ.

4. (`2.0pt`) Calcular E' y p' en el sistema S, dado θ.

II Spin y principio de superposición.

Consideramos unos dispositivos que consisten en modificaciones del experimento de Strern-Gerlach (S.-G.), y que permiten filtrar un haz de partículas en sus componentes de spin proyectadas según una dirección $\hat{u}$ ortogonal a la dirección del haz. Para un dispositivo S, con una cierta dirección privilegiada, simbolizamos los estados bases de spin 1 con $|S1\rangle$,$|S0\rangle$ y $|S-1\rangle$, mientras que para otro dispositivo T, con otra dirección provilegiada, usamos $|T1\rangle$,$|T0\rangle$ y $|T-1\rangle$. Simbolizamos el seteo del dispositivo S con

$$\left\{\begin{array}{cc} 1 & | \\ 0 & \\ -1 & \end{array}\right\}_S ,\quad \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & | \\ -1 & \end{array}\right\}_S ,\quad \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ -1 & | \end{array}\right\}_S ,$$

para bloquear cada estado de spin indicado por la barra vertical. En ausencia de bloqueo se mantiene el estado de spin incidente.

1. (`1.0pt`) Describa el principio básico de un dispositivo S.-G. modificado, es decir explique y justifique como lo construiría.

2. (`1.5pt`) Escriba el estado de spin $|\phi\rangle$ para una partícula de spin 1 como superposición de los estados de spin puros (o estados 'bases') del dispositivo S. ¿Cómo se llaman los coeficientes? Escríbalos en la notación $\langle \text{bra}|\text{ket}\rangle$ (justifique). Relacione los coeficientes con las probabilidades resultantes en una 'medición', es decir dé la probabilidad que un sistema con estado $|\phi\rangle$ 'colapse' a alguno de los estados bases.

3. (`3.5pt`) Consideramos tres de los dispositivos S.-G. modificados en serie, y hacemos incidir un haz de N partículas todas con spin $|S1\rangle$ (ya fue filtrado por un dispositivo S). Identificar las incógnitas $\{x_i\}_{i=1,2,3}$ en los siguientes seteos (los coeficientes x_i no son necesariamente los mismos de un seteo a otro), y describa matemáticamente (usando la notación $\langle \text{bra}|\text{ket}\rangle$ lo que ocurre con el sistema T (es decir el efecto del bloqueo, o de la ausencia de bloqueo). Justifique cuando no sea posible identificar todas las tres incógnitas $\{x_i\}_{i=1,2,3}$ - en esos casos exprese sus resultados en función de las incógnitas que hay que suponer conocidas.

   a)
   $$\xrightarrow{N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & | \\ -1 & | \end{array}\right\}_S \xrightarrow{x_1 N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & | \\ -1 & | \end{array}\right\}_T \xrightarrow{x_1 x_2 N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & | \\ -1 & | \end{array}\right\}_S \xrightarrow{x_1 x_2 x_3 N}$$

   b)
   $$\xrightarrow{N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & | \\ -1 & | \end{array}\right\}_S \xrightarrow{x_1 N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & | \\ -1 & | \end{array}\right\}_T \xrightarrow{x_1 x_2 N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & | \\ 0 & \\ -1 & | \end{array}\right\}_S \xrightarrow{x_1 x_2 x_3 N}$$

   c)
   $$\xrightarrow{N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & | \\ -1 & | \end{array}\right\}_S \xrightarrow{x_1 N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ -1 & \end{array}\right\}_T \xrightarrow{x_1 x_2 N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & | \\ 0 & \\ -1 & | \end{array}\right\}_S \xrightarrow{x_1 x_2 x_3 N}$$

   d)
   $$\xrightarrow{N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & | \\ -1 & | \end{array}\right\}_S \xrightarrow{x_1 N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ -1 & \end{array}\right\}_T \xrightarrow{x_1 x_2 N} \left\{\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & | \\ -1 & | \end{array}\right\}_S \xrightarrow{x_1 x_2 x_3 N}$$