FI34A-Sección 3	**Examen**	Prof: Simón Casassus
3 Julio 2002	3 horas	Ayudante: Francisco Madariaga

I Temperatura de un cuerpo negro.

Estime la temperatura T de una esfera de radio R de material cualquiera calentada solo por una fuente puntual de radiación con luminosidad L, ubicada a una distancia d, y haga ver que T no depende de R. Explique en detalle todas las aproximaciones o suposiciones que use (ayuda: $F = \sigma\ T^4$, flujo emitido por un cuerpo negro).

II El átomo de Bohr versus el principio de incertidumbre.

Consideramos el átomo de hidrógeno, en que el electrón tiene energía $E(a) = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_\circ a}$.

1. usando los postulados de Bohr (en particular la cuantisación del momentum angular, $L = n\hbar$, y $mv^2/r = e^2/4\pi\epsilon_\circ r^2$), demuestre que el radio a de la órbita del electrón correspondiente al nivel de energía mas bajo es: $a_\circ = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_\circ}{e^2 m}$.

2. Deduzca el radio a de la orbita del electrón para el estado fundamental (que corresponde al mínimo de energía, $dE(a)/da = 0$), usando el principio de incertidumbre en su caso límite, $\Delta p \Delta a = \hbar$, y $\Delta p = p$, $\Delta a = a$ (o sea $p = \hbar/a$, no olvide reemplazar p en $E(a)$). Notar que se obtiene lo mismo que en la parte 1.

3. Explique brevemente porque debiera decaer el átomo de Bohr, según la física clásica, y porque la estabilidad del átomo de hidrógeno es consecuencia del principio de incertidumbre.

III Modelo para el efecto fotoeléctrico: electrones libres en un conductor.

Modelamos un material conductor como un pozo de potencial cuadrado 3D, de lado a.

1. Nos restringimos al caso 1D. Demuestre que los niveles de energía de una partícula de masa m en un pozo de potencial infinito son $E_n = \frac{(\pi\hbar)^2}{2ma^2} n^2$ en que n es el número cuántico principal (un número natural). Para ello, resuelva la ecuación de Schrödinger,

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = E\psi,$$

   con las condiciones de borde $\psi(0) = \psi(a) = 0$. Estas condiciones de borde fuerzan la cuantización de la energía de la partícula.

2. Consideramos ahora el caso 3D, $\frac{-\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial^2\psi(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi(x,y,z)}{\partial z^2}\right] = E\psi$, demuestre que $E(n_x, n_y, n_z) = \frac{(\pi\hbar)^2}{2ma^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$, usando el resultado de la parte 1. Ayuda: separe $\psi(x,y,z) = X(x)Y(y)Z(z)$.

3. Estudiamos ahora un pozo de potencial de profundidad finita $V_\circ = 15$ eV, y para simplificar supondremos que los niveles de energías son $E(n_x, n_y, n_z) = \frac{(\pi\hbar)^2}{2ma^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) - V_\circ$. Si $E > 0$, el electrón escapa del metal. El principio de exclusion de Pauli garantiza que solo hay 2 electrones en un mismo nivel caracterisado por (n_x, n_y, n_z). Observamos que fotoelectrones son emitidos solo si se ilumina el conductor con fotones de frecuencia tal que $h\nu > 10$ eV. Si $\frac{(\pi\hbar)^2}{2ma^2} = 5\ 10^{-14}$ eV (para un pedazo de metal cubico de 2 cm de lado), explique porque en este modelo hay $2\frac{1}{8}4\pi 10^{21}$ electrones libres en el metal.