Problemas, radiación

1. (Control 2, 1991). Una onda plana, que se propaga en el vacío, tiene las siguiente características:

   - El campo eléctrico $\vec{E}$ vibra en dirección de $\hat{z}$.
   - La amplitud del campo eléctrico es de 2 Volt/m.
   - Tiene un período de oscilación de 10^{-9} s.
   - El plano paralelo a $\hat{z}$ que pasa por los puntos $(1,0,0)$ y $(0,1,0)$ constituye un plano equifase (el campo $\vec{E}$ en todos los puntos de ese plano tiene la misma fase).
   - En el instante $t=0$, en el punto $(0,0,0)$ la magnitud del campo $\vec{E}$ es de 1Volt/m.

   (a) ¿ Cual es la longitud de onda?
   (b) Indique la dirección de propagación de la onda electromagnética.
   (c) Escriba una expresión analítica para $\vec{E}(x,y,z,t)$.
   (d) Escriba una expresión analítica para $\vec{B}(x,y,z,t)$.
   (e) ¿ Cual es la separación. medida en la dirección $\hat{y}$, para la cual puntos del espacio están, en todo instante, en oposición de fase (sus fases difieren en π)?

2. (Control 1, 1992). Se tiene un pulso cuyo perfil de onda, en $t=0$, es una gaussiana $A_\circ \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$.

   (a) muestre que el espectro de números de onda k, $C(k)$, constituye otra gaussiana.
   (b) Grafique $C(k)$ y haga ver que el ancho de banda Δk de las componentes armónicas que contribuyen con una amplitud apreciable al pulso, es inversamente proporcional a la longitud $\Delta x = \sigma$ del pulso, esto es, $\Delta x \Delta k$=cte.

3. (Control 2, 1988)

   (a) Una onda electromagnética plana (OEM), linealmente polarizada, de longitud de onda 5000 Å, viaja en el vacío transportando una potencia media por unidad de área de 0.1 W/m^2. Escriba los campos eléctricos y magnéticos de esta onda, designando la dirección de propagación como eje $\hat{x}$ y la dirección de vibración del campo eléctrico como el eje $\hat{y}$.
   (b) Imagine una OEM estacionaria en el vacío. Si el campo eléctrico es $\vec{E}(z,t) = A\cos(kz)\cos(wt)\,\hat{x}$, determine:
      i. El campo $\vec{B}(z,t)$.
      ii. El vector de Poynting $\vec{S}$ y su valor medio temporal $<\vec{S}>$.
      iii. La densidad de energía en el campo electromagnético estacionario u y su valor medio temporal $<u>$.
   (c) Un avión que vuela a 10 km de una estación radiotransmisora recibe una señal de 10^{-5} W m^{-2}. Calcule:
      i. El módulo del campo eléctrico debido a esa señal en la ubicación del aeroplano.
      ii. El módulo del campo magnético.
      iii. La potencia total irradiada por el transmisor asumiendo emisión isótropica y perfecta absorción en la Tierra.