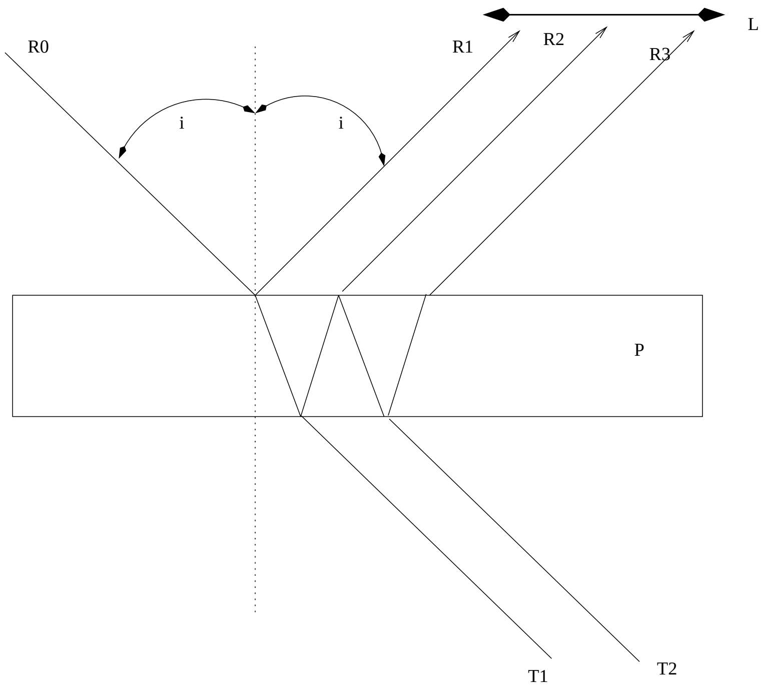
4
Problemas, radiación

1. Lámina con caras paralelas.

Iluminamos una lámina P con caras paralelas (i.e., una placa delgada de vidrio), de espesor e e índice de refracción n, gracias a une fuente extendida emitiendo rayos luminosos R_0 bajo varias incidencias. Observamos en el plano focal de una lente L, de eje perpendicular a la lámina P, un sistema de anillos circulares obtenidos por interferencias de la vibración R_1, directamente reflejada sobre la primera cara de la lámina, y de la vibración R_2, reflejada por la segunda cara, como lo indica la Figura.



(a) Explicar la formación del sistema de interferencias (recordar que la reflección en la primera cara induce un desfase de π adicional al desfase asosciado a la diferencia de camino).

(b) La observación por transmisión permite ver un fenómeno análogo?

(c) Que hay que pensar de las vibraciones siguientes, tales como R_3?

2. Difracción por un rectángulo

Se perfora en una pantalla plana opaca E una apertura rectangular de centro O y de lados a y b según los ejes $\hat{x}$ e $\hat{y}$.

E es iluminada bajo incidencia normal por luz monocromática de longitud de onda λ. Estudiamos la luz difractada sobre una pantalla E' colocada en el plano focal de la lente convergente L con un eje óptico confundido con $\hat{z}$. Un punto M de E es ubicado por sus coordenadas (x, y) y un punto M' de E' por sus coordenadas (x', y'), en que los ejes $\hat{x'}$ e $\hat{y'}$ son paralelos a $\hat{x}$ e $\hat{y}$.

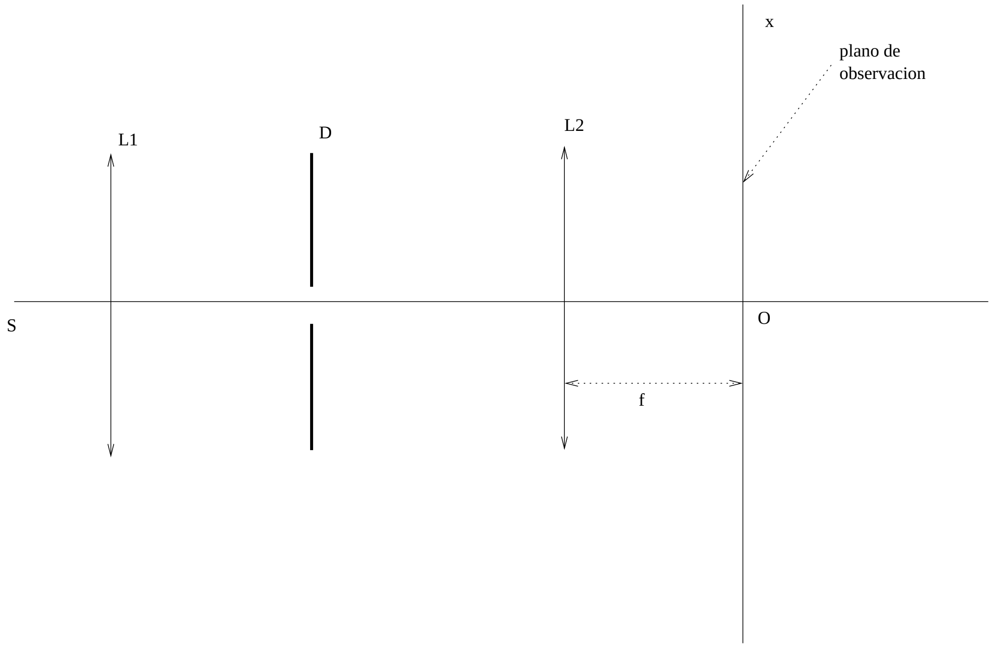
(a) Dar la expresión de la amplitud compleja de la onda difractada por un elemento de superficie $dS = dxdy$ en la vecindad de $M(x, y)$, y en la dirección $\hat{u}$.

(b) Deducir la amplitud compleja de la onda difractada por la apertura en dirección $\hat{u}$.

(c) Estudiar la iluminación en la pantalla E': calcular $I(x', y')$. Use como dato que rayos paralelos que pasen por una lente convergente, convergen en un punto del plano focal, en este caso E' a una distancia f de la lente. Un rayo que pase por el centro de la lente no es deflectado, y el punto de convergencia de rayos paralelos esta determinado por la intersección de un rayo que pase por el centro de la lente y el plano focal.

3. Difracción por una red

Construimos el montaje clásico de estudio de difracción en infinito. La fuente S es una rendija infinitamente delgada, normal al plano de la Figura, y ubicada en el plano focal de una lente convergente L_1 centrada en el eje óptico. Observamos el fenómeno de difracción en el plano focal de una lente L_2, centrada en el eje óptico del montaje, y cuya distancia focal es f. En todo el problema, nos limiteramos al caso de rayos pocos inclinados sobre el eje óptico. Entre las dos lentes L_1 y L_2 podemos colocar varios diafragmas D (pantallas con distintas perforaciones) normales al eje óptico.



(a) i. La fuente luminosa S es monocromática de longitud de onda λ. El diafragma D es constituido por dos rendijas identicas, de ancho a despreciable frente al largo de las rendijas, paralelas entre ellas, cuyos separación es b, y perpendiculares al plano de la Figura (rendijas de Young). a no es despreciable frente a b. Determinar la intensidad luminosa difractada en un punto P del plano de observación en function de la distancia x de ese punto a la imagen geométrica O de la fuente S (en la intersección del eje óptico y el plano de observación). La rendija fuente y las rendijas de D son de largo infinito, y sólo estudiaremos la intensidad en función de x.

ii. dibujar la curva representando esta intensidad en función de x.

(b) El diafragma consiste ahora de N rendijas identicas y paralelas, de ancho a muy chico comparado con el largo de las rendijas, y cuyos centros son distantes de b y perpendiculares al plano de la Figura. Determinar el campo de intensidad obtenido en el plano de observación.

(c) El diafragma en cuestión es una red por transmisión, con N rendijas. Caracterisamos una red por la distancia entre dos rendijas $b = L/N$, si L es el ancho total de la red. Para esta parte del problema, $a \ll b$, de manera que se puede aproximar como constante la componente de modulación del campo de intensidad debido al ancho finito de las rendijas.

  i. determinar el ancho a zero intensidad de las imagenes de la fuente S en el plano de observación (o sea el ancho de las líneas de interferencias).

  ii. la fuente S emite dos radiaciones de longitud de ondas vecinas λ y $\lambda+\Delta\lambda$. Describir el fenómeno observado. Consideramos que dos imagenes de S en el plano de observación son distintas si, a lo menos, un máximo principal de intensidad luminosa correspondiente a λ coincide con el mínimo a zero intensidad de $\lambda+\Delta\lambda$ (o inversamente). Deducir el poder de separación $R = \lambda/\Delta\lambda$ de la red de difracción.

  iii. Aplicación numérica: $L = 50\,\text{mm}$, $1/b = 600\,\text{rendijas/mm}$. Determinar el ancho de cada imagen en el plano de observación, y el poder de separación para el primer y el segundo orden de interferencia (respuesta $R = 30\,000$ para el primer orden).

(d) Observamos unicamente en el primer orden de interferencia.

  i. Determinar el intervalo espectral $\Delta\lambda$ correspondiente, en el plano focal de L_2, a una distancia Δx de los máximos de interferencia (despreciamos la envoltura de difracción debida al ancho finito de cada rendija).

  ii. el montaje descrito en este problema constituye un esquema básico de un espectrógrafo de red; la cantidad $\Delta\lambda/\Delta x$ caracterisa la dispersión del sistema. La dispersión se expresa en general en Angström por mm. Determinar, en Å/mm, la dispersión del montaje, si la distancia focal L_2 es de $150\,\text{mm}$. Respuesta: $\Delta\lambda/\Delta x = 111$ Å/mm.

(e) Usamos ahora una fuente de luz blanca, es decir que emite en todo el rango visible, desde $\lambda = 0.4\ \mu\text{m}$ a $\lambda = 0.7\ \mu\text{m}$. Determinar la longitud ocupada en el plano focal por los espectros de los tres primeros ordenes. Respuesta: en el primer orden, $x(0.4\ \mu\text{m}) = 36$ mm, $x(0.7\ \mu\text{m}) = 63$ mm, y el ancho total es de 27 mm; para el segundo orden $x(0.4\ \mu\text{m}) = 72$ mm, $x(0.7\ \mu\text{m}) = 126$ mm, y el ancho total es de 54 mm; para el tercer orden $x(0.4\ \mu\text{m}) = 108$ mm, $x(0.7\ \mu\text{m}) = 189$ mm, y el ancho total es de 91 mm.

Que dificultad vamos a encontrar en la interpretación de los espectros si observamos en ordenes superiores al primero? Ayuda: Hay dos razones, una esta ligada con que si la red es realista, a no es despreciable delante de b, y la otra esta ligada al ancho de cada orden.

(f) Limitandosnos al primer orden, la aproximación de ángulos pequeños es válida para todo el rango visible?