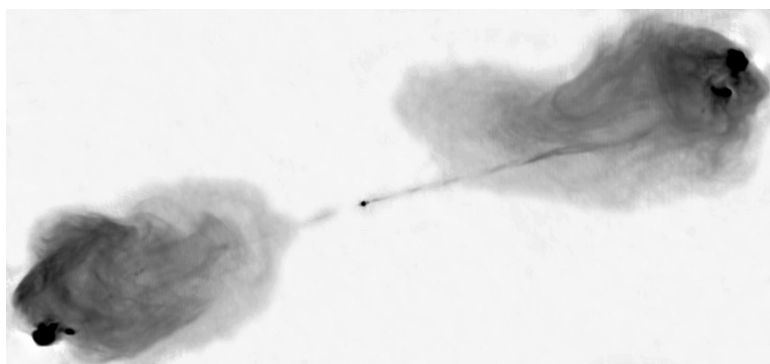


(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora. )

## Relaciones útiles:

Transformación de Lorentz,  $S'$  con velocidad  $u\hat{x}$  relativo a  $S$ :  $x' = \gamma(x - ut)$ ,  $t' = \gamma(t - ux/c^2)$ ,  
 $\gamma = 1/\sqrt{1 - (u/c)^2}$ .

## I Angulo de inclinación en jets astrofísicos.



Una problema fundamental en Astronomía es el de inferir la estructura tridimensional de objetos proyectados en el cielo. En el caso de jets relativistas es posible calcular el ángulo de inclinación del jet relativo al plano del cielo. Un ejemplo de jet es el que se encuentra en Cyg A, en la figura (con un tamaño angular máximo cercano a 5 veces es de la Luna).

1. Muestre que la ley de composición de velocidades entre dos sistemas  $S$  y  $S'$ , en movimiento relativo con velocidad  $u$  en dirección  $z$ , es :

$$v'_z = \frac{v_z - u}{1 - uv_z/c^2}, \quad v'_{x,y} = \frac{v_{x,y}}{\gamma(1 - uv_z/c^2)}, \quad (1)$$

en que  $\gamma = 1/\sqrt{1 - (u/c)^2}$ .

2. Considere un rayo de luz con dirección  $(\theta', \phi')$  en coordenadas esféricas ligadas a  $S'$ . ¿Cuál es la dirección del rayo de luz en el sistema  $S$  estacionario relativo a Cyg A?
3. En su sistema propio  $S'$  las partículas del jet emiten isotrópicamente y la intensidad de radiación  $I'$  es constante. El flujo de energía electromagnética emitido en un ángulo sólido  $d\Omega' = \sin(\theta')d\theta'd\phi'$  es  $dF' = I'd\Omega'$ . En este tratamiento ignoramos el efecto Doppler, de manera que en el sistema  $S$  estacionario en Cyg A,  $dF = dF'$ . Diferencie la Ec. 1 para encontrar la relación entre  $d\theta d\phi$  y  $d\theta' d\phi'$ , y así llegar a:

$$I(\theta, \phi) = I' \frac{(1 - \beta^2)}{(1 - \beta \cos(\theta))^2},$$

en que  $\beta = u/c$ .

- De la Figura adjunta podemos estimar que el contra-jet es muy debil, con un brillo al límite de detección. Pongamos  $I_{\text{jet}} = x I_{\text{contra-jet}}$ , con  $x \sim 10^3$ . Si el ángulo entre la dirección del jet y la dirección jet-Tierra es  $\theta$ , el ángulo entre el contra jet y la dirección de la Tierra es  $\theta + \pi$ . Deduzca el valor de  $\beta \cos(\theta)$  en función de  $x$ .
- ¿Con qué otra observación se podría determinar separadamente  $\beta$  y  $\theta$ ?

## II Invisibilidad de la contracción de Lorentz.

- Explique el desarrollo histórico de la hipótesis de Lorentz, y porque fue introducida la contracción de Lorentz antes de la relatividad especial. Muestre estudiando el largo de un palo en movimiento como la contracción de Lorentz es consecuencia de las transformaciones de Lorentz (alternativamente puede usar un diagrama de Loedel).
- Demostraremos ahora la invisibilidad de la contracción de Lorentz al estudiar un objeto con profundidad, como se ilustra en la figura. Un observador en el origen  $O$  del sistema  $S$  ve pasar un cubo con velocidad  $v$  y aristas de lado  $l$ , cuya distancia de menor acercamiento a  $O$  es  $h \gg l$ . Pruebe que el observador ve un cubo rotado pero no contraído, y calcule el ángulo de rotación. Ayuda: considere que fotones emitidos por los vertices  $C$  y  $D$  demoran más que los emitidos en  $A$  y  $B$  para llegar a  $O$ .

