FI34A-3 2008A — # Examen 3 — Prof: Simón Casassus

2 de Julio de 2008 — 3 h — Ayudante: Pablo Castellanos

(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

I Intercambio de calor por radiación.

Queremos estimar la temperatura alcanzada al calentar un gas ideal con una lampara, y sus pérdidas radiativas. Iluminamos un recipiente esférico conteniendo un gas ideal, con volumen V y área A, y ubicado en una camara de vacío.

1. `(3 pt)` Estime la temperatura T de una esfera de radio R de material cualquiera calentada sólo por una fuente puntual de radiación con luminosidad L, ubicada a una distancia d. Haga ver que T no depende de R. Explique en detalle todas las aproximaciones o suposiciones que use (ayuda: $F = \sigma\, T^4$, flujo emitido por un cuerpo negro).

2. `(3 pt)` Una vez alcanzada la temperatura del Punto 1 apagamos la luz y monitoreamos las variaciones de $T(t)$.

   a) ¿Cual es la potencia emitida por el cuerpo negro (o sea su luminosidad, la cantidad de energía emitida por unidad de tiempo)?

   b) Escriba una relación entre la variación de energía interna del sistema dE/dt y su luminosidad.

   c) La energía interna del sistema es dominada por la del gas ideal, $E_{\mathrm{gas}} = 3/2NkT$. Calcule y grafique $T(t)$.

   d) Si la energía interna del cuerpo negro asociado al gas de fotones no es despreciable (como es el caso en una estrella), $E_{\mathrm{rad}} = aVT^4$. Obtenga $T(t)$.

II Desarrollo histórico de la teoría del átomo de hidrógeno

1. Explique en qué consitió el experimento de Rutherford, y su importancia en estructura atómica.

2. Describa dos experimento claves para el establecimiento de $E = h\nu$.

3. ¿Por qué para un fotón $p = \hbar k$?

4. De Broglie supuso que $E = h\nu$ y $p = \hbar k$ tambien se aplica al electrón del átomo de hidrógeno, y asoció una onda con el electrón. Demuestre que esto implica que el momemtum angular del electrón está cuantisado, $L = n\hbar$.

5. En mecánica clásica el electrón tiene energía $E(a) = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_\circ a}$. Usando $L = n\hbar$, y $mv^2/r = e^2/4\pi\epsilon_\circ r^2$, demuestre que el radio a de la órbita del electrón correspondiente al nivel de energía mas bajo es: $a_\circ = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_\circ}{e^2 m}$, el radio de Bohr.

6. Usando el principio de incertidumbre en su caso límite, $\Delta p \Delta a = \hbar$, y $\Delta p = p$, $\Delta a = a$ (o sea $p = \hbar/a$, no olvide reemplazar p en $E(a)$), deduzca el radio a de la órbita del electrón para el estado fundamental (que corresponde al mínimo de energía, $dE(a)/da = 0$). Notar que se obtiene lo mismo que en la parte 5.

7. Explique brevemente porque debiera decaer el átomo de Bohr, según la física clásica, y porque la estabilidad del átomo de hidrógeno es consecuencia del principio de incertidumbre (o sea ponga en palabras sus ecuaciones).

III Efecto Tunel

Consideramos un electrón con energía E y masa m incidente en una barrera de potencial de ancho a y altura $V_\circ$, tal que $E < V_\circ$.

1. `(0.5 pt)` ¿Qué debiera ocurrir con el electrón, según la física clásica?

2. `(1 pt)` Escriba una expresión para la función de onda ψ asociada al electrón.

3. `(2.5 pt)` Resuelva la ecuación de Schrödinger en todo el espacio

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t},$$

dado la función de onda incidente, e imponiendo condiciones de continuidad.

4. `(1 pt)` Calcule los coeficientes de transmisión y reflección, $T = \rho_t v_t/\rho_i v_i$ y $R = \rho_r v_r/\rho_i v_i$, en que los subscriptos t se refieren a la onda transmitida, r a la onda reflejada, e i a la onda incidente.

5. `(1 pt)` Si lanzamos N electrones simultaneamente sobre la barrera, cuál es el flujo de electrones incidente (número de electrones por unidad de área y de tiempo)? ¿Cuál es el flujo transmitido? ¿Cuál es la probabilidad de transmisión?